Guillermo López Dumrauf
Doctor de la Universidad de Buenos Aires

DURATION Y VOLATILIDAD

La variación que experimentan los títulos de renta fija ante cambios en las tasas de interés suele denominarse "volatilidad". Este artículo examina las causas que influyen en la misma, describiendo el herramental técnico para calcular categorías que ha menudo aparecen en publicaciones especializadas, como la "duration" y la "convexity"

Los precios de los títulos que ofrecen una renta fija al inversor, fluctúan en forma inversa a los cambios en la tasa de interés[1]. Como ésta es una propiedad fundamental en los bonos libres de opciones[2], las preguntas que surgen inmediatamente son las siguientes:

- Cuán sensible es el precio de un bono frente a los cambios en la tasa de interés?
- Como influye el plazo de vencimiento, el tamaño de los cupones y la periodicidad con que se pagan los mismos?

Esto puede resumirse en un solo concepto: la *volatilidad* del bono.

VOLATILIDAD DEL PRECIO DE UN BONO

Cuando nos referimos a la volatilidad del bono estamos aludiendo a la variabilidad de su precio con respecto al precio que tiene el bono en el mercado en un momento determinado. El concepto de "Duration" que definiremos posteriormente servirá para arrojar luz sobre la volatilidad de un título, ya que a mayor Duration, mayor es la volatilidad del título. Mencionaremos ahora tres factores que afectan la volatilidad:

- El plazo de vencimiento
- El tamaño de los cupones
- La frecuencia de pago del cupón

Con respecto a la influencia que ejerce cada uno de estos factores por separado, diremos lo siguiente:

1. Dada una tasa de contrato que fija el valor del cupón, y una yield inicial (la TIR que ofrece el bono en el momento de su emisión, que puede ser diferente a la tasa de contrato del cupón) la volatilidad será mayor cuanto mayor sea el plazo de vencimiento del bono.

2. Dado un determinado plazo de vencimiento la volatilidad del precio será mayor cuanto más pequeño sea el tamaño del cupón

3. Dados un determinado plazo de vencimiento, una tasa de contrato que fija el valor del cupón y una yield inicial, la volatilidad será mayor cuanto menor sea la frecuencia de pago del cupón.

En el primer caso se explica por la incidencia del interés compuesto: cuanto mayor sea el plazo de vencimiento, mayor es la fuerza con la que opera el descuento (principalmente en los bonos emitidos por

[1] John Maynard Keynes en su famosa obra "The General Theory of Employment, Interest and Money" (1936) había postulado que el individuo tenía una prima de seguro debido al interés fijo del cupón, y este "seguro" cubría al inversor de los cambios en la tasa de interés hasta un incremento igual al cuadrado de dicha tasa" .

[2] Por ejemplo, existen bonos con opciones de rescate anticipado o convertibles por acciones. El riesgo de estos títulos es diferente de sus equivalentes sin opciones.

sistema americano, donde el principal se encuentra en el último período) sobre los últimos cupones, disminuyendo en mayor medida su valor presente.

Cuanto menor sea el tamaño de los cupones en relación al último, disminuye el peso relativo del valor presente de los cupones en el valor del título, cobrando mayor importancia el valor presente del último período (en el caso de los bonos emitidos por sistema americano esto es más evidente) quedando sesgada la variación del precio del bono más a la variación en el valor presente de los últimos períodos que a la de los primeros.

El tercer caso, a mayor frecuencia del pago del cupón (digamos pagos semianuales frente a pagos anuales) cobramos más rápido. El cobro anticipado de los cupones semianuales frente a los cupones anuales, hace que estos "escapen" en parte al castigo que impone el interés compuesto cuando suben las tasa de interés. Por lo tanto, el valor actual de los cupones semianuales es mayor que el valor actual de los cupones anuales. En los tres casos mencionados, la volatilidad aumenta cuando la *Duration* del bono es mayor. Esto se percibirá claramente en los ejemplos a seguir, donde observaremos los cambios en los rendimientos y precios para un bono emitido por el sistema americano de amortización.

Ejemplo del plazo de vencimiento

Suponga 3 bonos de VN = $ 100, todos con un cupón del 10 %, pero con diferentes plazos de vencimiento (1,10 y 25 años) . Suponiendo que la tasa de rendimiento requerida por el mercado es inicialmente del 10 %, a continuación mostramos cuáles serían los nuevos precios de los 3 bonos si la tasa de interés requerida por el mercado aumenta al 11 %:

TIR requerida	**Precio del Bono Vencimiento: 1 año**	**Precio del Bono Vencimiento: 10 años**	**Precio del Bono Vencimiento: 25 años**
10%	$ 100,00	$ 100,00	$ 100,00
11%	$ 99,10	$ 94,11	$ 91,58
Δ % Precio	-0,90%	-5,89%	-8,42%

Tabla 1

Como puede observarse, el bono con el plazo más largo de vencimiento es el más afectado en términos del cambio porcentual en su precio. Mientras que el precio de un bono con vencimiento a 1 año solo cambia un 0.90 %, la fuerza del interés compuesto determina que el precio del bono con vencimiento a 25 años disminuya un 8.42 %.

Ejemplo para el tamaño del cupón

Si analizamos el efecto del tamaño del cupón desde el límite considerando un bono cupón cero (que constituye el caso extremo en términos de tamaño de cupón, puesto que no hay cupones), el plazo pesa de una manera especial, pues se cobra todo de una sola vez al vencimiento, de manera que cuanto más largo es el plazo de vencimiento con mayor fuerza operará el descuento en el precio del bono. Supongamos que inicialmente se emite un bono cupón cero y el mercado le exige inicialmente una tasa del 10%. En la tabla 2 se muestra el nuevo precio de los bonos cuando la tasa aumenta al 11 %:

TIR requerida	**Precio del Bono Vencimiento: 1 año**	**Precio del Bono Vencimiento: 10 años**	**Precio del Bono Vencimiento: 25 años**
10%	$ 90.9	$ 38,55	$ 9,23
11%	$ 90,09	$ 35,22	$ 7,36
Δ % Precio	-0,99 %	-8,64 %	-20,25 %

Tabla 2

De la tabla 2 pueden derivarse las siguientes conclusiones:

- El cambio en el precio para el bono cupón cero con un vencimiento de 1 año es pequeña frente a los bonos que si pagan cupón, debido a que en un año el interés compuesto no alcanza a cobrar fuerza.
- En cambio, para los bonos con vencimiento a 10 y 25 años el cambio porcentual en el precio es mucho mayor con respecto al cambio porcentual en el precio que tenían los bonos con cupones del ejemplo anterior, debido a la intensidad con que opera el interés compuesto.

Ejemplo para la frecuencia del cupón

Analizaremos el efecto de la frecuencia del cupón comparando la volatilidad en el precio del bono emitido con un cupón anual del 10 % a 10 años, frente a otro bono emitido con un cupón *semestral* del 5 % [3] también con un plazo de vencimiento a 10 años. Si la TIR exigida aumenta al 11 % anual (5,35 % semestral) los nuevos precios serían:

TIR requerida	Precio del Bono Cupón anual 10 %	Precio del Bono Cupón semestral 5 %
10%	$ 100,00	$ 100,00
11%	$ 94,11	$ 95,7
Δ % Precio	-5,89%	-4,31%

Tabla 3

Como puede observarse, el precio del bono que paga un cupón semestral resulta menos afectado en su precio al cambiar la tasa de interés.

Otras medidas de volatilidad: el valor en el precio de un punto básico y el valor en la TIR de un cambio de precio

Es común que la volatilidad de un título se exprese en términos del efecto que tendría un cambio de un punto básico (1 basis point = 0.01 %) en la TIR exigida, sobre el precio del título. También la medida del basis point es utilizada para cuantificar la medida del riesgo país cuando se escuchan expresiones tales como “la tasa del riesgo país subió tantos puntos básicos”, en estos casos se suele comparar el diferencial de las tasas de retorno de los bonos argentinos con sus similares del tesoro norteamericano, considerados libres de riesgo. Puede resultar útil tener en mente ciertas equivalencias como las siguientes:

1 basis point = 0.01 %	**10 basis point = 0,10 %**	**100 basis point = 1 %**

Para ver el valor en el precio de un punto básico y el valor en la TIR de un cambio de precio, supondremos un bono emitido con un cupón del 10 % para un plazo de vencimiento de 5 años. Cuando la yield exigida es del 10 %, el bono cotiza a la par. Si se produce un incremento de 1 punto básico y la tasa aumenta al 10,01%, entonces el precio desciende. La variación de –0,038 representa el precio de un punto básico o visto al revés, el cambio en el precio de –0,038 representa el valor de un basis point en la TIR.

[3] Esta es la convención que se establece en los mercados de bonos: el interés semestral se calcula dividiendo por 2 (dos) el interés anual. Esto resulta en una TIR un tanto mayor.

TIR requerida	**Precio del Bono Vencimiento: 5 años**
10%	$ 100
10,01%	$ 99,96
Δ Precio	-0,038

LA DURACIÓN DE UN BONO (DURATION)

El concepto de la "duration" de un bono cobra particular importancia no sólo debido a que representa un indicador de la vida media del bono, sino que especialmente es un indicador que nos permite medir la volatilidad del mismo a partir de la *duration modificada.*

El concepto fue desarrollado originalmente por Frederick Macaulay, quien percibió que el plazo de vencimiento de un bono solo daba información acerca de la fecha final en la cual se recibiría el pago del principal del bono, pero no consideraba todos los pagos intermedios.

Como medida representativa de la vida media ponderada de la corriente de pagos que generaba el bono elaboró un índice que es un promedio ponderado de la duración de cada uno de los pagos del bono.

Observe que el factor de ponderación es el valor actual de cada uno de esos pagos multiplicado por el número del período en que se recibe dicho pago (*t*), y que al dividirlo por el precio de mercado del bono (V) se muestra el peso de cada pago con respecto a dicho valor. La fórmula para calcular la *duration* de un bono emitido por el sistema americano es la siguiente:

$$D = \frac{\sum_{t=1} \frac{t.C}{(1+TIR)^t} + \frac{n.P}{(1+TIR)^n}}{V}$$

Donde:

C = cupón del bono
P = principal
V = precio de mercado del bono

A continuación se muestran los cálculos de la duration para dos bonos emitidos a la par con cupones del 5% y 10 % anual, ambos con vencimiento a 5 años:

Cupón	Valor Actual	% sobre V	% sobre V x tiempo
10	9,09	0,09	0,09
10	8,26	0,08	0,17
10	7,51	0,08	0,23
10	6,83	0,07	0,27
110	68,30	0,68	3,42
Duration			4,17

Tabla 4

Cupón	Valor Actual	% sobreV	VA ponderado
5	4,55	5,6%	0,06
5	4,13	5,1%	0,10
5	3,76	4,6%	0,14
5	3,42	4,2%	0,17

105	65,20	80,4%	4,02
Duration			4,49

Tabla 5

Observe que la Duration del bono con cupones de menor tamaño es mayor. Esto se debe a que en promedio se cobra más lentamente y tendrá implicancias en la volatilidad, como veremos seguidamente.

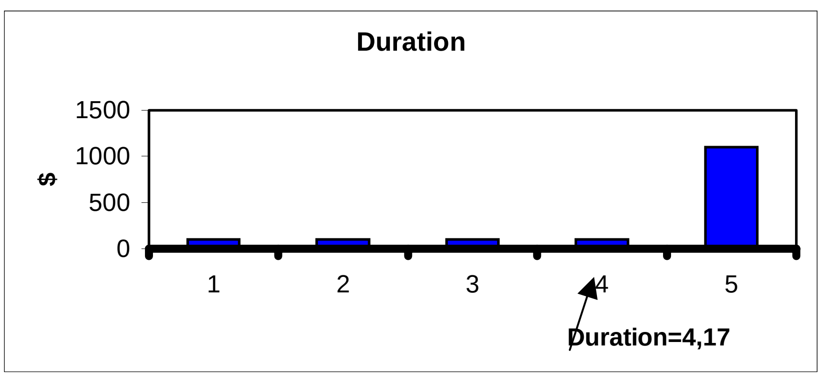
La Duration de un bono depende de los siguientes factores:

- La tasa de interés
- El tamaño del cupón
- La frecuencia en el pago del cupón
- El plazo de vencimiento

La duration de un bono disminuye cuando aumenta la TIR exigida. Cuando se incrementa esta, el valor actual de un flujo alejado en el tiempo desciende proporcionalmente más que el valor actual de un flujo cercano debido a que el exponente al que se eleva el factor (1+TIR) es mayor en el primer caso. De este modo, el peso relativo de los flujos cercanos se incrementa, y por lo tanto el promedio ponderado de tiempos disminuye.

Dados dos bonos que sólo difieren en la cuantía del cupón, aquél que pague un cupón mayor, tendrá menor duración de Macaulay o modificada que el otro para cualquier rentabilidad exigida. Esto es porque cuando el importe de los cupones es pequeño, el pago del Principal representa una fracción mayor de los pagos totales: el valor actual del último pago adquiere importancia al disminuir el importe de los pagos intermedios.

En cuanto a la frecuencia del pago del cupón, diremos que a mayor frecuencia, menor duración de Macaulay y modificada. Dados dos bonos con el mismo valor nominal, fraccionar el cupón y adelantar una parte del pago supone desplazar los pesos hacia la izquierda, y por tanto, también su centro de gravedad.



La Duration es el centro de gravedad de los VAN de los flujos del bono.

DURACION MODIFICADA

La duration modificada es un indicador que nos sirve para estimar cambios en el precio de los bonos cuando se modifica la TIR requerida por el mercado. Para ello solo hay que ajustar la fórmula de la Duration vista anteriormente actualizándola por la TIR requerida:

$$DM = \frac{D}{(1+TIR)} = \frac{4{,}17}{(1{,}10)} = 3{,}79$$

A partir de la duration modificada podemos predecir razonablemente los cambios porcentuales en el precio de mercado del bono para un determinado cambio en la TIR requerida. Suponiendo un bono que inicialmente cotiza a la par siendo la TIR o yield exigida por el mercado del 10 %, podemos observar en la siguiente tabla:

TIR EXIGIDA	PRECIO REAL	PRONOSTICO S/ DURATION MODIFICADA	% CAMBIO REAL EN EL PRECIO	VOLATILIDAD S/DURATION MODIFICADA	VOLATILIDAD EN DINERO
4%	$ 126,7	$ 122,7	26,7%	22,7%	$ -22,7
5%	$ 121,6	$ 119,0	21,6%	19,0%	$ -19,0
6%	$ 116,8	$ 115,2	16,8%	15,2%	$ -15,2
7%	$ 112,3	$ 111,4	12,3%	11,4%	$ -11,4
8%	$ 108,0	$ 107,6	8,0%	7,6%	$ -7,6
9%	$ 103,9	$ 103,8	3,9%	3,8%	$ -3,8
9,99%	**$ 100,04**	**$ 100,04**	**0,038%**	**0,038%**	**-3,791%**
10%	**$ 100,0**	**$ 100,0**	**0,0%**	**0,0%**	**$ 0,0**
10,01%	**$ 99,96**	**$ 99,96**	**-0,038%**	**-0,038%**	**3,791%**
11%	$ 96,3	$ 96,2	-3,7%	-3,8%	$ 3,8
12%	$ 92,8	$ 92,4	-7,2%	-7,6%	$ 7,6
13%	$ 89,4	$ 88,6	-10,6%	-11,4%	$ 11,4
14%	$ 86,3	$ 84,8	-13,7%	-15,2%	$ 15,2

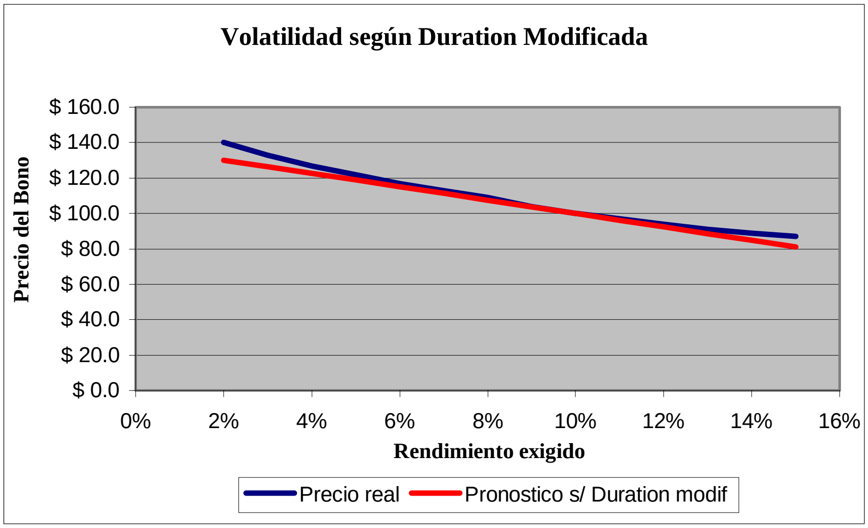
Tabla 6

Observe como para cambios pequeños en la yield (1 basis point = 0.01%)[4] el cambio porcentual en el precio pronosticado según la duration modificada es exactamente igual al cambio porcentual en el precio real. La Duration modificada funciona bastante bien para pronosticar cambios porcentuales para pequeños cambios en la yield; en cambio no es tan bueno cuando los cambios en la yield o TIR exigida son grandes.

Esto se debe a la propiedad convexa de la curva precio/yield, que es la causa por la cual la aproximación de los cambios en el precio de un bono a través de la duración modificada, *resulta con un error mayor a medida que se hace más grande el cambio en la yield*. Esto puede apreciarse en el gráfico siguiente, donde se muestra la curva precio yield convexa y una recta tangente a la curva en un punto dado que estima la relación de convexidad. Por tanto, para cambios infinitesimales en la yield, la duration modificada nos da una adecuada medida del cambio en el precio del bono. La recta tangente representa los distintos precios que corresponden a distintas yield según la fórmula de la duration modificada; la curva convexa representa los precios reales que corresponden a distintas yield. Comparando la recta tangente de la Duration con la curva convexa precio/yield se observa que tanto cuando la tasa de interés aumenta como cuando disminuye, la curva precio/yield se ubica por encima de

[4] Recordemos que 100 basis point = 1% y por lo tanto un basis point es igual a 0,01%.

la función de la Duration, de forma que ésta subestima el alza del precio cuando la tasa baja y sobreestima la baja del precio cuando la tasa de interés aumenta:



CONVEXIDAD (CONVEXITY)

Una aproximación más exacta del comportamiento del precio de un bono para un cambio en la yield requerida, se obtiene considerando la duration modificada más la convexidad de la curva. Es decir, sumando los valores de la *Duration Modificada más la Convexity*, obtendremos el cambio porcentual exacto en el precio del bono para un cambio de tantos *puntos porcentuales*[5] en la yield requerida:

$$\boxed{\Delta\,\%\,V = \text{Duration Modificada} + \text{Convexity}\,.\,\Delta TIR^2}$$

Para calcular la *convexity simple (Cx)* , utilizamos la siguiente fórmula:

$$Cx = \frac{1}{(1+\frac{TIR}{f})^2}\,x\,\frac{\sum_{t=1}^{n} t\,.\,(t+1)\,.\,\frac{CF}{(1+TIR)^t}}{f\,.\,f\,.V}$$

Donde *CF* representa el flujo de fondos del bono, *t* el período de tiempo de cada cupón, y *f* la frecuencia con que se pagan los mismo. Para la Convexity (*CV*), simplemente dividimos la convexity simple por 2 (dos):

[5] Aquí un aviso de cuidado: "puntos porcentuales de cambio en la yield" no es lo mismo que la variación porcentual en la yield. Un cambio en un punto porcentual es, por ejemplo, cuando la yield pasa del 10 al 11 %.

$$CV = \frac{Cx}{2}$$

CUPÓN	*CF*	*Valor actual CF*	$\frac{t.(t+1)}{f.f.V}$	*Valor actual CF x* $\frac{t.(t+1)}{f.f.V}$
1	10	9,09	0,02	0,1818
2	10	8,26	0,06	0,4958
3	10	7,51	0,12	0,9015
4	10	6,83	0,2	1,3660
5	110	68,30	0,3	20,490
		100,00		Cx = 23,435

Tabla 7

Como 23.43 representa la segunda parte de la fórmula de la convexity simple, nos falta dividir por $(1+tir)^2$ y luego dividir por 2 (dos) para obtener la convexity (*CV*):

$23.43/(1.10)^2 = 19.36$

$CV = 19.36/2 = 9.6837$

EJEMPLO PARA EL CAMBIO EN EL PRECIO DEL BONO CUANDO SE INCREMENTA LA TIR REQUERIDA POR EL MERCADO

Suponiendo que la tir requerida por el mercado se incrementara en un 3 %, sumando los valores que nos dan la Duration modificada y la Convexity deberíamos determinar con exactitud el cambio porcentual en el precio del bono:

Δ % en el precio del bono por Duration modificada:	*- 11.4 %*
+	
Δ % en el precio del bono por Convexity(0.03^2 x 9.6837):	*0.87 %*
Total	*-10.55 %*

Observe el lector que el porcentaje de variación en el precio real aparece resaltado en la tabla 6 cuando la TIR exigida aumenta del 10 al 13%, y coincide exactamente con el porcentaje de variación obtenido a través de la Duration Modificada más la Convexity.

En síntesis, mientras la Duration Modificada nos da una razonable aproximación para el cambio en el precio del bono para pequeños cambios en la TIR requerida, al adicionarle la convexity obtenemos el cambio porcentual exacto.

CONCLUSIONES

1. Tres factores afectan la volatilidad del precio de un título con renta fija:

- El plazo de vencimiento
- El tamaño de los cupones
- La frecuencia de pago del cupón

2. El concepto de la "duration" de un bono cobra particular importancia no sólo debido a que representa un indicador de la vida media del bono, sino que especialmente es un indicador que nos permite medir la volatilidad del mismo a partir de la *duration modificada.*

3. La Duration modificada es un indicador que nos sirve para estimar cambios en el precio de los bonos cuando se modifica la TIR requerida por el mercado. Para ello solo hay que ajustar la fórmula de la Duration vista anteriormente actualizándola por la TIR. Sin embargo, la Duration Modificada supone que la función del valor actual de la corriente de cobros de un bono es lineal, y por lo tanto es sólo una buena estimación para pequeños cambios en la tasa de interés o yield exigida.

4. Una aproximación más exacta del comportamiento del precio de un bono para un cambio en la yield requerida, se obtiene considerando la Duration modificada más la convexidad de la curva. Es decir, sumando los valores de la *Duration Modificada más la Convexity*, obtendremos el cambio porcentual exacto en el precio del bono para un cambio de tantos *puntos porcentuales en la TIR requerida.*

5. En la práctica debemos calcular la Duration de un bono teniendo en cuenta sus características peculiares de emisión, las tasas de contrato y los días contenidos entre períodos, entre otras cosas.

BIBLIOGRAFÍA

Shapiro, Alan, Balbirer, Sheldon, Modern Corporate Finance, Prentice Hall, New Jersey, 2000, 1° edición.
Fabozzi, F.J. y Fabozzi, D, Bond Markets, Análisis and Strategies". Prentice Hall. Englewood Cliffs, NJ, 1989
Fernández, Pablo. Valoración de empresas, Gestión 2000, Barcelona, 1999. 1° edición
Noussan, Gabriel, Volatilidad de los bonos de renta fija, nota técnica de la división de investigación del I.A.E. 1993
Emery, Douglas R., Finnerty John D. Corporate Financial Management. New Jersey: Prentice-Hall,Inc, 1997. 1° edición.