Volatilidad de Bonos

Dr. Guillermo López Dumrauf

dumrauf@fibertel.com.ar

Para una lectura detallada ver:

López Dumrauf, Guillermo: *Cálculo Financiero Aplicado, un enfoque profesional*

La presentación puede encontrarse en:

www.cema.edu.ar/u/gl24

Bonos – volatilidad

Conceptos fundamentales

- Volatilidad teórica – riesgo tasa
- Factores que la afectan:
- Precio de un punto básico

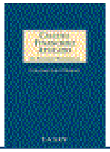
Duration y Convexity

- Duration de Macaulay
- Duration moldificada
- Duration modificada + Convexity
- Inmunización de carteras de bonos

Curva de rendimientos (*yield curve*)

- Tasas contado y tasas futuras
- Obtención de la yield curve
- Teorías explicativas de la estructura temporal

Qué es volatilidad?

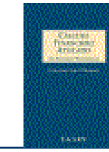


Volatilidad histórica: se mide por los cambios que han experimentado los precios de los bonos en el pasado

Volatilidad teórica: se mide por el cambio que experimente el precio de los bonos libres de opciones cuando cambia la tasa de interés

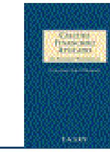
Esta presentación trata la volatilidad teórica...

Qué es volatilidad?



John Maynard Keynes en su famosa obra "The General Theory of Employment, Interest and Money" (1936) había postulado que el individuo tenía una **prima de seguro** con el interés del cupón y este seguro alcanzaba a cubrir un incremento en la tasa de interés igual al cuadrado de dicha tasa” .

Qué es volatilidad?



Período	VN	Renta fija	Precio	Tasa de mercado	TIR
1	100	10	100	10%	10%
2	100	10	**90**	11,1%	**11,1%**

Cuando la tasa de interés sube al 11%, el precio del bono debe disminuir hasta $90 para entregar una TIR del 11%

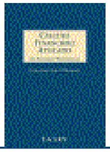
(Note que el aumento de la tasa es igual al cuadrado de la tasa de interés $0,10^2=0,01$)

Período	VN	Renta fija	Precio	Tasa de mercado	TIR
1	100	2	100	2%	2%
2	100	2	**98**	2,04%	**2,04%**

Cuando las tasas son muy bajas (2%) un pequeño incremento (0,04%) neutraliza la ganancia de todo un año)

Es peligroso comprar bonos cuando las tasas de interés son muy bajas (John M. Keynes, 1936)

Qué es volatilidad?



El precio de los bonos libres de opciones varía inversamente a los cambios en la tasa de interés.

Por volatilidad entendemos la variación que sufre el precio del bono en el mercado.

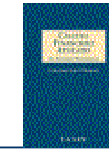
¿Cuán sensible es el precio de un bono al cambio de la tasa de interés?

Factores que afectan la volatilidad

1. El plazo de vencimiento
2. El tamaño de los cupones
3. La frecuencia con que se paga el cupón

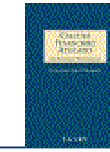
Todo esto se resume en un solo concepto:
la **volatilidad** del bono

Volatilidad



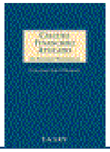
- **Mayor** cuanto ***mayor*** es el plazo de vencimiento
- **Mayor** cuanto ***menor*** sea el tamaño del cupón
- **Mayor** cuanto ***menor*** sea la frecuencia del pago de los cupones

Ejemplo del plazo de vencimiento



TIR requerida	Precio del Bono 1 año	10 años	25 años
10%	$ 100,00	$ 100,00	$ 100,00
11%	$ 99,10	$ 94,11	$ 91,58
Variación precio	**-0,90%**	**-5,89%**	**-8,42%**

Ejemplo del tamaño del cupón



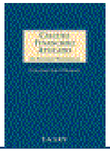
Ejemplo para un bono cupón cero

TIR requerida	Precio del Bono		
	1 año	10 años	25 años
10%	$ 90.9	$ 38,55	$ 9,23
11%	$ 90,09	$ 35,22	$ 7,36
Variación precio	**-0,99%**	**-8,64%**	**-20,25%**

Ejemplo de la frecuencia de pago

TIR requerida	Precio del Bono 10% anual	5% semestral
10%	$ 100	$ 100
11%	$ 94,1	$ 95,7
Variación precio	-5,89%	-4,31%

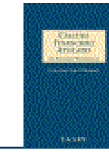
El punto básico (basis point)



1 basis point = 0,01 %   10 basis point = 0,10 %   100 basis point = 1 %

TIR requerida	Precio del Bono (vto 5 años)
10%	$ 100
10,01%	$ 99,96
Variación precio	**-$ 0,038**

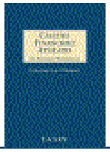
Duration



$$D=\frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{n}\frac{t.C}{\left(1+\frac{TIR}{m}\right)^{t}}+\frac{n.P}{\left(1+\frac{TIR}{m}\right)^{n}}}{V}$$

C = cupón de interés del bono
P = principal
V = precio de mercado del bono
m = número de pagos por año

Duration

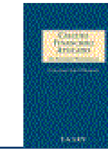


$$D=\frac{\overbrace{\frac{10}{(1{,}10)}}^{9{,}09}\times 1+\overbrace{\frac{10}{(1{,}10)^2}}^{8{,}26}\times 2+\overbrace{\frac{10}{(1{,}10)^3}}^{7{,}51}\times 3+\overbrace{\frac{10}{(1{,}10)^4}}^{6{,}83}\times 4+\overbrace{\frac{110}{(1{,}10)^5}}^{68{,}30}\times 5}{100}=4{,}17$$

La duration representa un indicador de la vida media ponderada del bono

Cada cobro de cupón es ponderado con respecto a su precio, donde el factor de ponderación es su valor presente

Duration y convexity



Los conceptos de duration y convexity se relacionan respectivamente con la primera y segunda derivadas del precio del bono respecto a la tasa de interés

$$V=\sum_{j=1}^{n}\frac{Cj}{(1+TIR)^{j}}=C_1(1+TIR)^{-1}+C_2(1+TIR)^{-2}+\ldots+C_n(1+TIR)^{-n}$$

$$\frac{dV}{dTIR}=-\frac{C_1}{(1+TIR/m)^{1}}+(-2)\frac{C_2}{(1+TIR/m)^{2}}+\ldots.+(-n)\frac{C_n}{(1+TIR/m)^{n}}$$

$$\frac{dP}{dTIR}\,x\,\frac{1}{P}=-\frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})}\,x\,\frac{\frac{1C_1}{(1+TIR/m)^{1}}+\frac{2C_2}{(1+TIR/m)^{2}}+\ldots\ldots\ldots\ldots.+\frac{nC_n}{(1+TIR/m)^{n}}}{P}$$

$$\frac{dP}{dTIR}\,x\,\frac{1}{P}=-\frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})}\,x\ \ Duration$$

Duration

t	CF	t x CF	$1/(1+i)^t$	PV CF	PV CF x t
1	10	10	0,909	9,091	9,091
2	10	20	0,826	8,264	16,529
3	10	30	0,751	7,513	22,539
4	10	40	0,683	6,830	27,321
5	110	550	0,621	68,301	341,507
			Total	100	**416,99**

$$\frac{416{,}99}{1{,}10} = 379{,}08$$

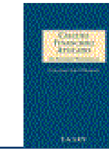
$$V' = 100 - 379{,}08 \times 0{,}0001 = 99{,}96$$

O alternativamente, podríamos haber multiplicado la duration modificada por la variación porcentual de la tasa para obtener la variación porcentual en el precio del bono:

Variación % V =DM x variación % TIR

Variación % V = -3,7908 x 0,0001=-0,04%

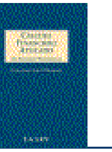
Duration - cupón del 10% anual y el 5% semestral



Cupón	Valor Actual	% sobre V	% sobre V x t
10	9,09	0,09	0,09
10	8,26	0,08	0,17
10	7,51	0,08	0,23
10	6,83	0,07	0,27
110	68,3	0,68	3,42
		Duration	**4,17**

Cupón	Valor Actual	% sobre V	% sobre V x t
5	4,55	5,60%	0,06
5	4,13	5,10%	0,1
5	3,76	4,60%	0,14
5	3,42	4,20%	0,17
105	65,2	80,40%	4,02
		Duration	**4,49**

Factores que afectan la duration

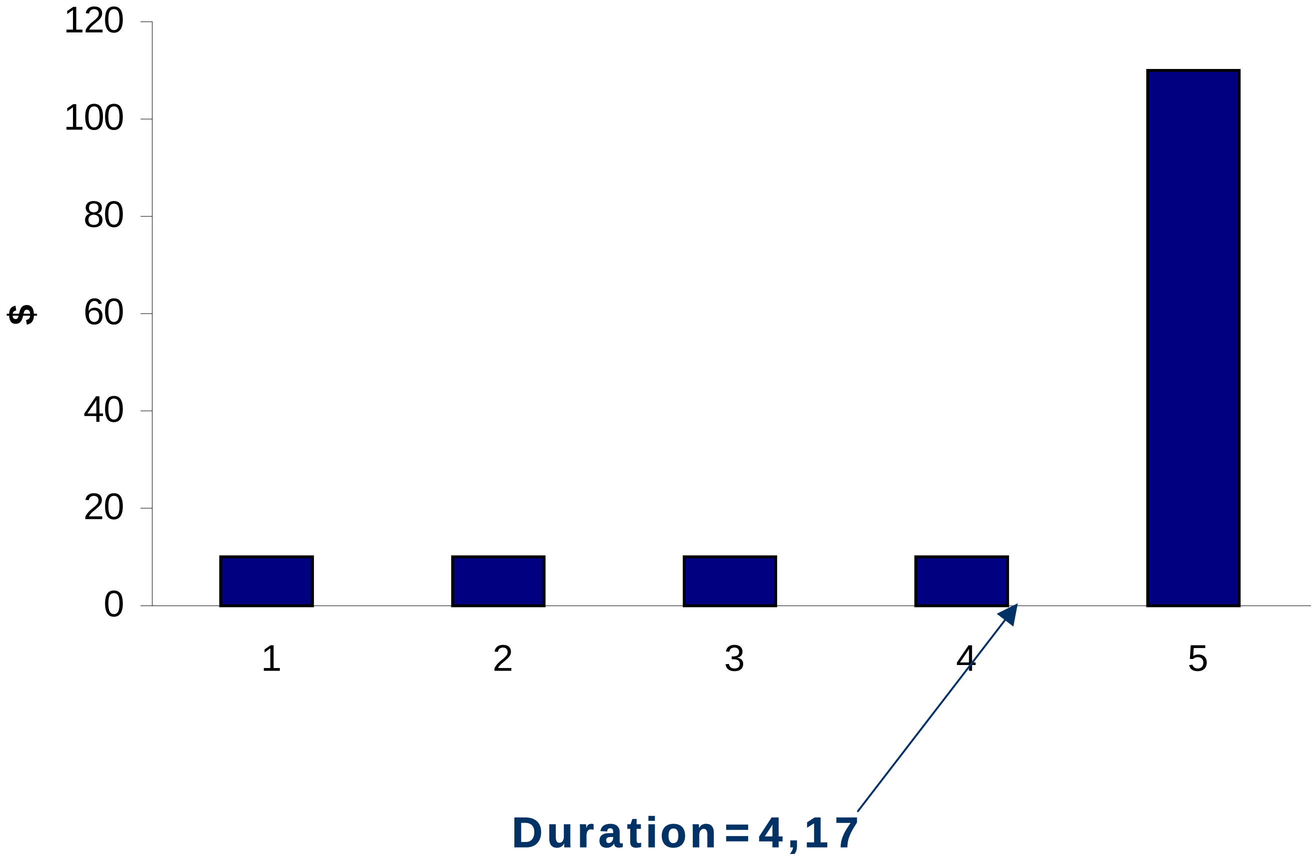


La duration está estrechamente ligada al componente tiempo del bono, siendo los factores que la influyen:

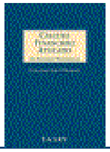
- La tasa de interés
- El tamaño del cupón
- La frecuencia en el pago del cupón
- El plazo de vencimiento
- El monto de los intereses corridos

Duration

La duration es el centro de gravedad del bono

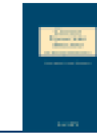


Duration modificada



$$DM = \frac{D}{(1+\frac{TIR}{m})} = \frac{4,17}{(1,10)} = 3,79$$

Duration y Duration modificada



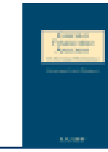
Ejemplo de aplicación con Excel

En el caso del ejemplo anterior, del bono emitido con un cupón del 10 % a 5 años, usted puede calcular la duración y la duración modificada simplemente escribiendo en una casilla las siguientes fórmulas:

=DURACION("31-12-2000";"31-12-2005";0,1;0,1;1)
Y el resultado debería ser igual a 4,17

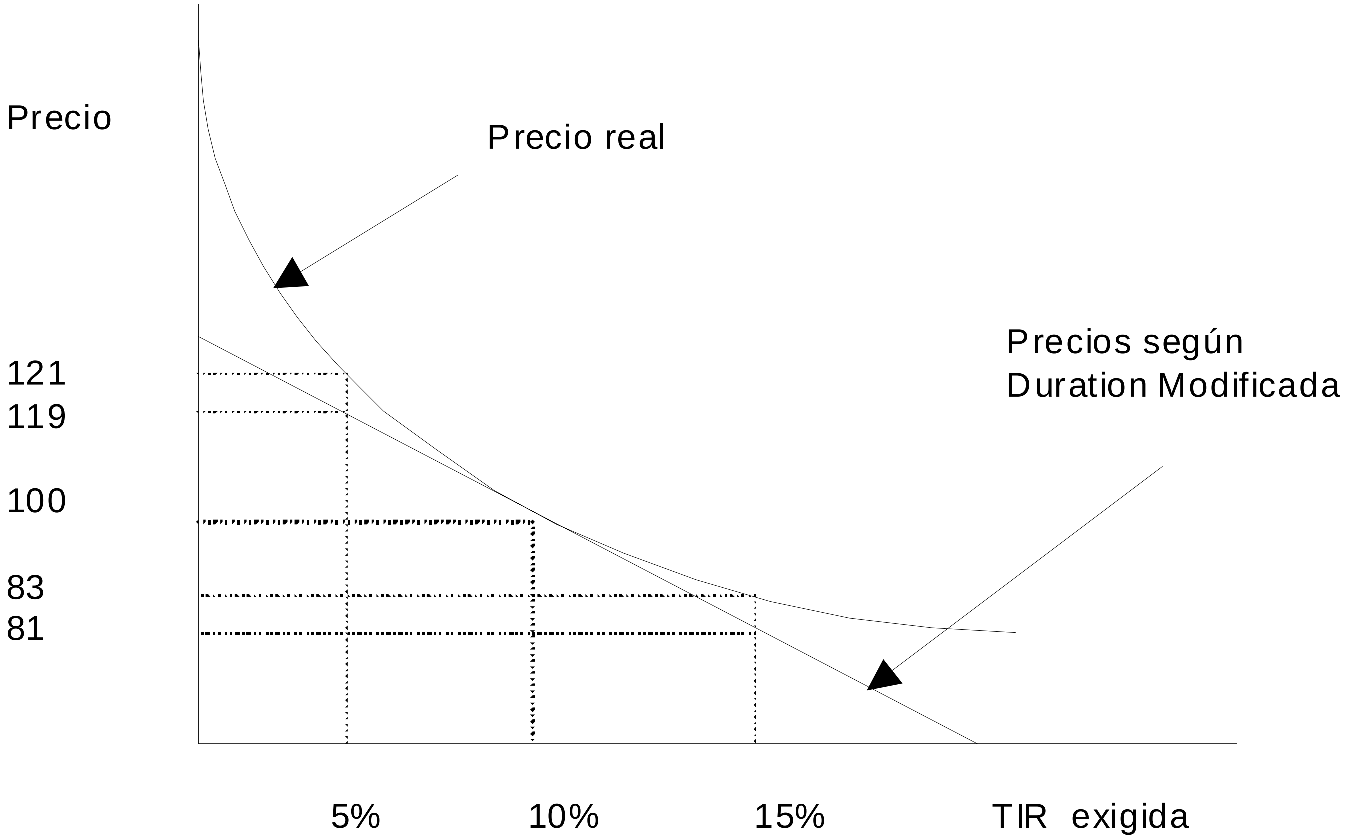
=DURACION.MODIF("31-12-2000";"31-12-2005";0,1;0,1;1)
Y el resultado debería ser igual a 3,79

Volatilidad según Duration Modificada



Tasa de interés	Precio real	Pronostico s/ Duration modificada	% cambio real en el precio	Volatilidad s/Duration modificada	Volatilidad en dinero
5%	$ 121,60	$ 119,00	21,60%	19,00%	$ -19,00
6%	$ 116,80	$ 115,20	16,80%	15,20%	$ -15,20
7%	$ 112,30	$ 111,40	12,30%	11,40%	$ -11,40
8%	$ 108,00	$ 107,60	8,00%	7,60%	$ -7,60
9%	$ 103,90	$ 103,80	3,90%	3,80%	$ -3,80
9,99%	**$ 100,04**	**$ 100,04**	**0,04%**	**0,04%**	**-3,79%**
10%	**$ 100,00**	**$ 100,00**	**0,00%**	**0,00%**	**$ 0,00**
10,01%	**$ 99,96**	**$ 99,96**	**-0,04%**	**-0,04%**	**3,79%**
11%	$ 96,30	$ 96,20	-3,70%	-3,80%	$ 3,80
12%	$ 92,80	$ 92,40	-7,20%	-7,60%	$ 7,60
13%	$ 89,40	$ 88,60	-10,60%	-11,40%	$ 11,40
14%	$ 86,30	$ 84,80	-13,70%	-15,20%	$ 15,20
15%	$ 83,20	$ 81,00	-16,80%	-19,00%	$ 19,00

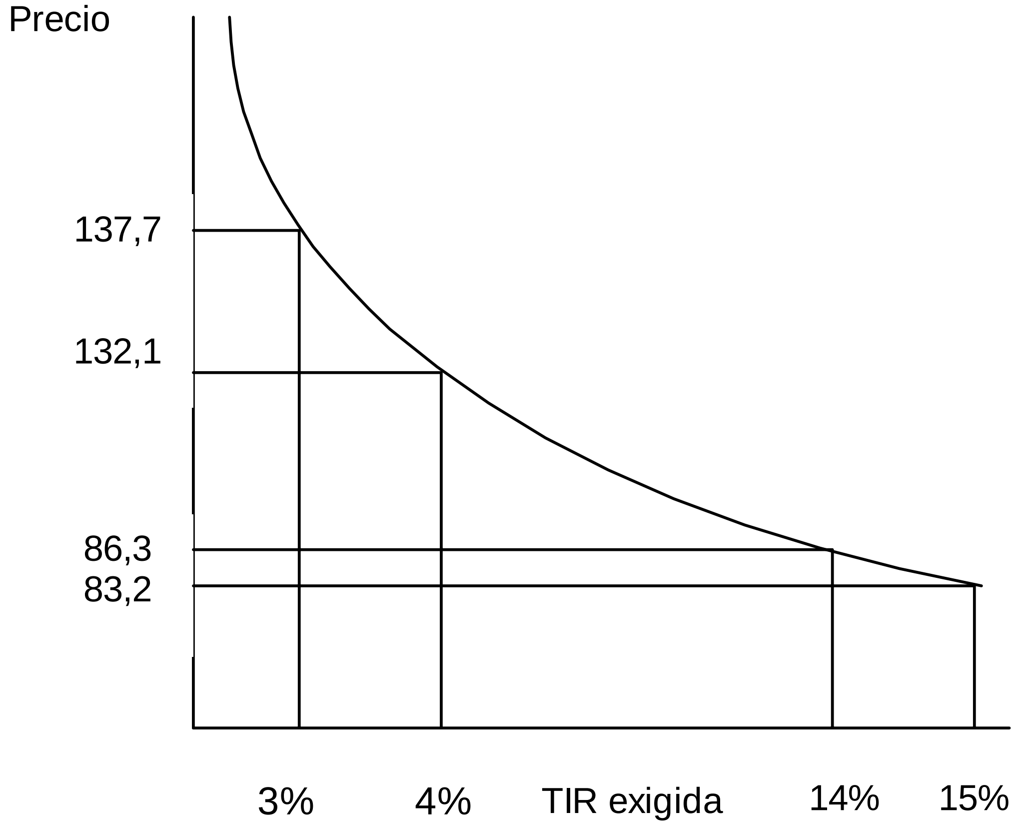
Efectos impositivos



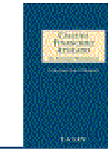
La recta tangente representa los distintos precios que corresponden a distintas yield según la Duration Modificada; la curva convexa representa los precios reales que corresponden a distintas yield:

- Para una reducción de la TIR exigida del 10 al 5%, el precio según Duration Modificada es 119, mientras que el precio real es de 121
- Para un aumento de la TIR exigida del 10 al 15%, el precio según Duration Modificada es de 81, mientras que el precio real es de 83

Cambios en la TIR exigida afectan de manera asimétrica al precio del bono



Variación exacta del precio del bono



Para calcular la *convexity simple (Cx)* , utilizamos la siguiente fórmula:

$$Cx = \frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})^2} \, x \, \frac{\sum_{t=1}^{n} t.(t+1).\frac{CF}{(1+TIR)^t}}{m.m.V}$$

Donde *CF* representa el flujo de fondos del bono, *t* el período de tiempo de cada cupón, y *f* la frecuencia con que se pagan los mismo. Para la Convexity (*CV*), simplemente dividimos la convexity simple por 2 (dos):

$$CV = \frac{Cx}{2}$$

Convexity

Por qué en la fórmula aparece la convexity simple dividida por 2 (dos)?

La función precio del bono V(TIR) puede expresarse como una serie de Taylor. Si conocemos el precio del bono para una TIR determinada (TIR_0), el precio V para otra TIR, puede calcularse el precio de las sucesivas derivadas:

$$V = V_0 + \frac{1}{1!}\frac{dV}{dTIR}(TIR - TIR_0) + \frac{1}{2!}\frac{d^2V}{dTIR^2}(TIR - TIR)^2 + \frac{1}{3!}\frac{d^3V}{dTIR^3}(TIR - TIR_0)^3 + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{d^nV}{dTIR^n}(TIR - TIR)^n + \ldots$$

Si la diferencia $TIR – TIR_0$ es pequeña, pueden despreciarse todos los términos posteriores a la segunda derivada sin cometer un error significativo:

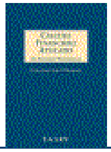
$$V = V_0 + \frac{1}{1!}\frac{dV}{dTIR}(TIR - TIR_0) + \frac{1}{2!}\frac{d^2V}{dTIR^2}(TIR - TIR)^2$$

Para valores muy pequeños de $TIR\text{-}TIR_0$ el segundo sumando es de escasa cuantía y entonces queda:

$$V = V_0 + \frac{1}{1!}\frac{dV}{dTIR}(TIR - TIR_0)$$

Que es la expresión de la primera derivada (que aproxima bien el cambio en el precio del bono para variaciones pequeñas en la TIR exigida)

Convexity



CUPÓN	CF	V.A. *CF*	$\frac{t.(t+1)}{mmV}$	V.A. *CF*. $\frac{t.(t+1)}{m.m.V}$
1	10	9,09	0,02	0,1818
2	10	8,26	0,06	0,4958
3	10	7,51	0,12	0,9015
4	10	6,83	0,2	1,3660
5	110	68,30	0,3	20,490
		100,00		Cx = 23,435

Como 23.43 representa la segunda parte de la fórmula de la convexity simple, nos falta dividir por $(1+TIR)^2$ y luego dividir por 2 (dos) para obtener la convexity (*CV*):

$23.43/(1.10)^2 = 19.36$

CV = 19.36/2 = 9.6837

Suponiendo que la TIR requerida por el mercado se incrementara en un 3 %, sumando los valores que nos dan la Duration modificada y la Convexity deberíamos determinar con exactitud el cambio porcentual en el precio del bono:

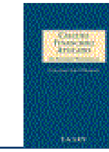
Δ % en el precio del bono por Duration modificada: *- 11.4 %*

\+

Δ % en el precio del bono por Convexity (0.03^2 x 9.6837): *0.87 %*

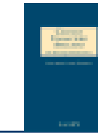
Total *-10.55 %*

Variación exacta del precio del bono



$$\Delta \% V = D.\,Modif \times \Delta TIR + Convexity \times \Delta TIR^2$$

Convexity – factores que la afectan



1. A mayor TIR requerida, disminuye la convexity y viceversa
2. A mayor Duration, mayor convexity y viceversa

La estructura temporal de la tasa de interés

- La estructura temporal busca evaluar el precio puro del tiempo, que cambia de momento a momento. Es fundamentalmente, **una teoría de tasas “corrientes” o “spot”**
- Señala la preferencia de los inversores con respecto a los vencimientos de los títulos
- Los analistas suelen reemplazar el plazo al vencimiento en años por la Duration como medida del tiempo
- En la práctica, la estructura temporal se investiga principalmente a partir de los bonos cupón cero (curva de rendimientos de cupones cero) aunque son posibles otros procedimientos.

Tasas contado y tasas futuras

$$90,9 = \frac{100}{(1+i_1)}$$

Bono cupón cero con vencimiento de un año.
Tasa spot: 10%

$$81,96 = \frac{100}{(1+i_2)}$$

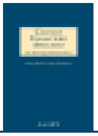
Bono cupón cero con vencimiento a 2 años.
Tasa spot de dos años: 22%

$$(1+i_1) \times (1+ i_{f2}) = (1+i_2)$$

$$i_{f2} = \frac{(1+i_2)}{(1+i_1)} - 1 = \frac{(1,22)}{(1,10)} - 1 = 0,109$$

La tasa futura es la tasa implícita en el segundo año en la primer operación, para obtener lo mismo que hubiera obtenido invirtiendo directamente en bonos cupón cero a dos años. **Las tasas futuras son entonces las tasas implícitas en las tasas de interés de contado actuales para diferentes plazos.**

Tasas contado y tasas futuras

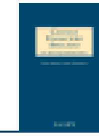


- La tasa spot o contado es la obtenible en una inversión efectuada hoy y que finaliza al cabo de *n años*, sin pagos intermedios. Es una tasa cotizada en momento presente, y puede ser para diferentes plazos

- Establecen la rentabilidad asociada a un bono cupón cero para ese plazo

- Una tasa futura o forward, representan a cuánto descuenta cada año el mercado, un pago que se producirá en el año siguiente.

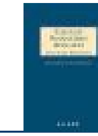
Cálculo de tasas futuras



El procedimiento habitual para calcular las tasas futuras consiste en:

1. Utilizar los rendimientos de los bonos cupón cero para diferentes plazos, o en su defecto, los rendimientos de los bonos con cupón.
2. Derivar los correspondientes valores de las tasas futuras, despejando la tasa de arbitraje (implícita) en el flujo de fondos.

Bootstrapping



La estructura temporal de la tasa de interés se construye principalmente con tasas corrientes o de contado. Lamentablemente, no existen bonos cupón cero para todos los plazos. Sin embargo, es posible construir la estructura temporal a través de un método que se lo conoce como "*Bootstrapping*".

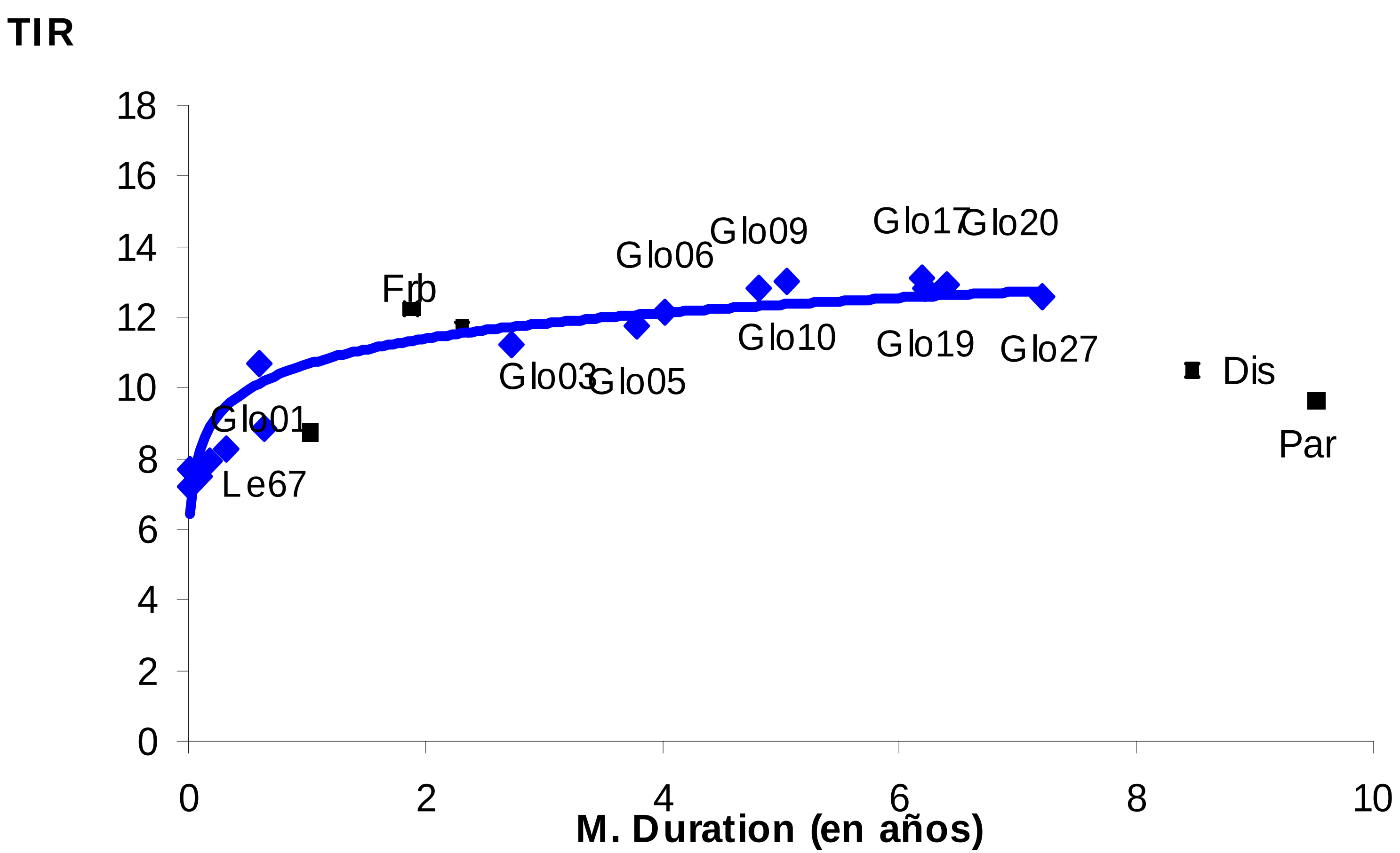
A continuación extendemos el ejemplo para el caso de que no exista un bono cupón cero para el tercer año, pero si tenemos un bono del tipo *bullet* con cupones cuyo vencimiento opera en el tercer año, podemos despejar la tasa del tercer año:

Años	Cupón	TIR anual	Precio
1	0%	10%	90,9
2	0%	10,40%	81,9
3	10%	14,30%	90

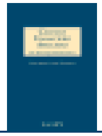
$$90 = \frac{10}{(1+0{,}10)} + \frac{10}{(1+0{,}109)^2} + \frac{110}{(1+i_3)^3}$$

Despejando, $i_3 = 14{,}76\%$

Curva de rendimientos

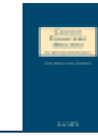


Regularidades empíricas observadas en la estructura temporal



- La curva de rendimientos (“yield curve”) más frecuente es la ascendente
- Para plazos menores a 6 meses, la curva de rendimientos tiene comportamientos ascendentes la mayoría de las veces
- Las tasas de interés de corto plazo son más variables que las de largo plazo
- Cuando las tasas de interés son históricamente altas, se crean las condiciones para una curva de rendimientos ascendente
- Los precios de los bonos de largo plazo son más variables que los de corto plazo

Teorías explicativas de la estructura temporal



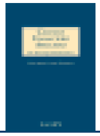
La hipótesis de las expectativas

Se basa en las expectativas de los inversores acerca del nivel de las tasas de interés corrientes en el futuro: **si esperan tasas más altas la curva de rendimientos tendrá pendiente positiva** y viceversa

La hipótesis de la preferencia por la liquidez

Se basa en el “soborno” necesario para inducir a un inversor a comprar obligaciones de largo o corto plazo. Como hay inversores que prefieren invertir a largo plazo y otros a corto plazo, las obligaciones deben ofrecer un premio a uno y otro para tentarlos a comprarlas. **Si hay pocos inversores adictos al largo plazo, la prima por la liquidez será positiva, ya que la tasa de interés proyectada será superior a la tasa de interés esperada**. Por supuesto, si se espera que las tasas de interés disminuyan en el futuro, la estructura temporal podrá tener pendiente negativa y los inversores todavía tendrían una recompensa por prestar a largo plazo.

Teorías explicativas de la estructura temporal



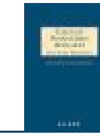
La hipótesis de la prima por inflación

Las tasas de inflación futuras no son nunca conocidas con certeza, pero como el inversor a corto plazo puede aprender de lo que vio el primer año, el próximo estará en una situación mucho mejor para estimar la tasa de interés del año 2. Por lo tanto, **es más arriesgado realizar una inversión por dos años; invirtiendo a un año incorporamos la última información acerca de la inflación en el año 2. Entonces, las obligaciones a largo deberán ofrecer algún incentivo si quieren que los inversores las compren**, y por lo tanto, la tasa de interés futura para el año dos debe ser mayor que la tasa de interés corriente esperada para compensar el riesgo extra de la inflación.

Teoría del habitat preferido

Los inversores tienen preferencias de vencimiento que no coinciden necesariamente con las tasas de interés de corto y largo plazo. Si los inversores tienen particular preferencia por plazos de vencimiento determinados, **para hacerlo salir de ese “hábitat” de tasas, habrá que pagarles una prima para que compren títulos con vencimientos diferentes a sus rangos de vencimiento preferentes.**

Teorías explicativas de la estructura temporal



Segmentación del mercado

Este enfoque nos dice que hay **dos clases de mercados para la tasa de interés: el de corto y el de largo plazo, y que son independientes el uno del otro.** Por ejemplo, en el primero tenemos a los bancos comerciales y en el segundo a los fondos de pensión y a las compañías de seguros. La hipótesis es que en el primer mercado, cuando la demanda de préstamos de corto plazo es baja, los bancos aumentan sus posiciones en títulos de corto plazo, con lo cual su precio comienza a subir bajando los rendimientos de estos títulos. Lo contrario se cumple cuando la demanda de préstamos de corto plazo es alta, y los bancos se deshacen de estos títulos aumentando sus rendimientos. En el segundo mercado, puede decirse que las compañías de seguros y los fondos de pensión preferirán mantener papeles de largo plazo, buscando equilibrar sus compromisos de largo plazo, con lo cual desecharán los papeles de corto plazo. En este enfoque subyace la **visión de una “clientela”** para la demanda de cada tipo de título y se supone que los inversores tienen una fuerte aversión al riesgo.

Inmunización de cartera – ejemplo con Boden

Precio al 29-3-04	-67,5					
Inicio período	03/05/04	Convención	Actual/365			
Libor 1° período	1,2400%	Libor actual	1,15%	TIR anual	9,77%	ok ambito

Boden 2005

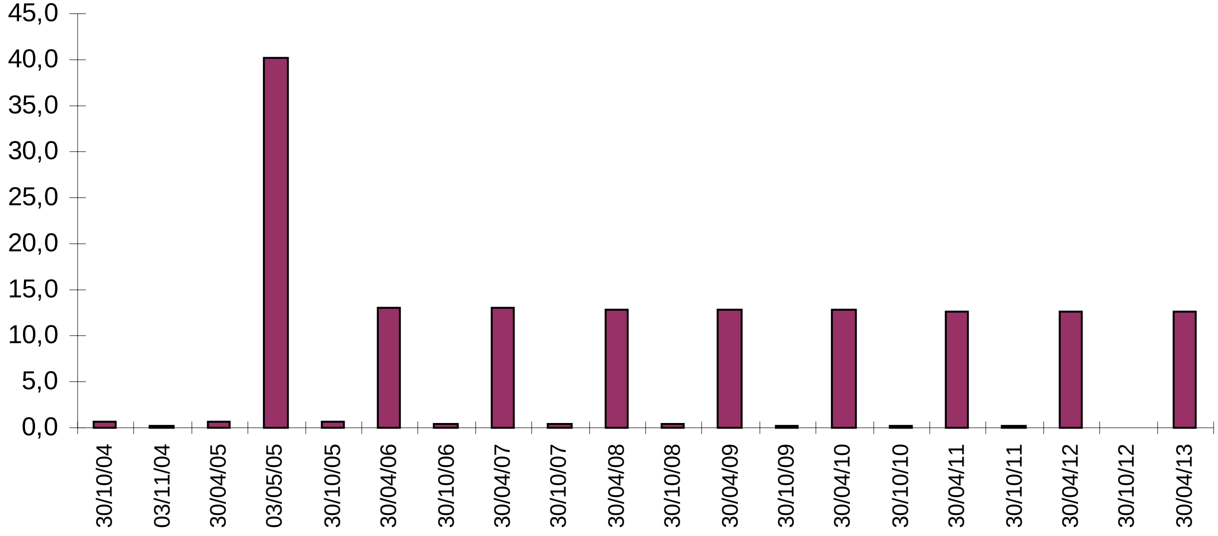
Fecha	Días hasta vencimiento	Días período	Capital residual	Cupón interés	Amortización	Flujo caja
17/05/04						-37
03/11/04	170	184	40	0,23	0,00	0,23
03/05/05	351	181	40	0,23	40,00	40,23

Precio al 29-3-04	-60,5		TIR anual	11,86%	ok ambito
Inicio período	30/04/04		Convención	Actual/365	
Libor 1° período	1,2580%	Libor actual	1,15%		

Boden 2013

Fecha	Días hasta vencimiento	Días período	Capital residual	Cupón interés	Amortización	Flujo caja
17/05/04						-60,5
30/10/04	166	183	100,0	0,58	0,0	0,6
30/04/05	348	182	100,0	0,57	0,0	0,6
30/10/05	531	183	100,0	0,58	0,0	0,6
30/04/06	713	182	100,0	0,57	12,5	13,1
30/10/06	896	183	87,5	0,50	0,0	0,5
30/04/07	1078	182	87,5	0,50	12,5	13,0
30/10/07	1261	183	75,0	0,43	0,0	0,4
30/04/08	1444	183	75,0	0,43	12,5	12,9
30/10/08	1627	183	62,5	0,36	0,0	0,4
30/04/09	1809	182	62,5	0,36	12,5	12,9
30/10/09	1992	183	50,0	0,29	0,0	0,3
30/04/10	2174	182	50,0	0,29	12,5	12,8
30/10/10	2357	183	37,5	0,22	0,0	0,2
30/04/11	2539	182	37,5	0,22	12,5	12,7
30/10/11	2722	183	25,0	0,14	0,0	0,1
30/04/12	2905	183	25,0	0,14	12,5	12,6
30/10/12	3088	183	12,5	0,07	0,0	0,1
30/04/13	3270	182	12,5	0,07	12,5	12,6

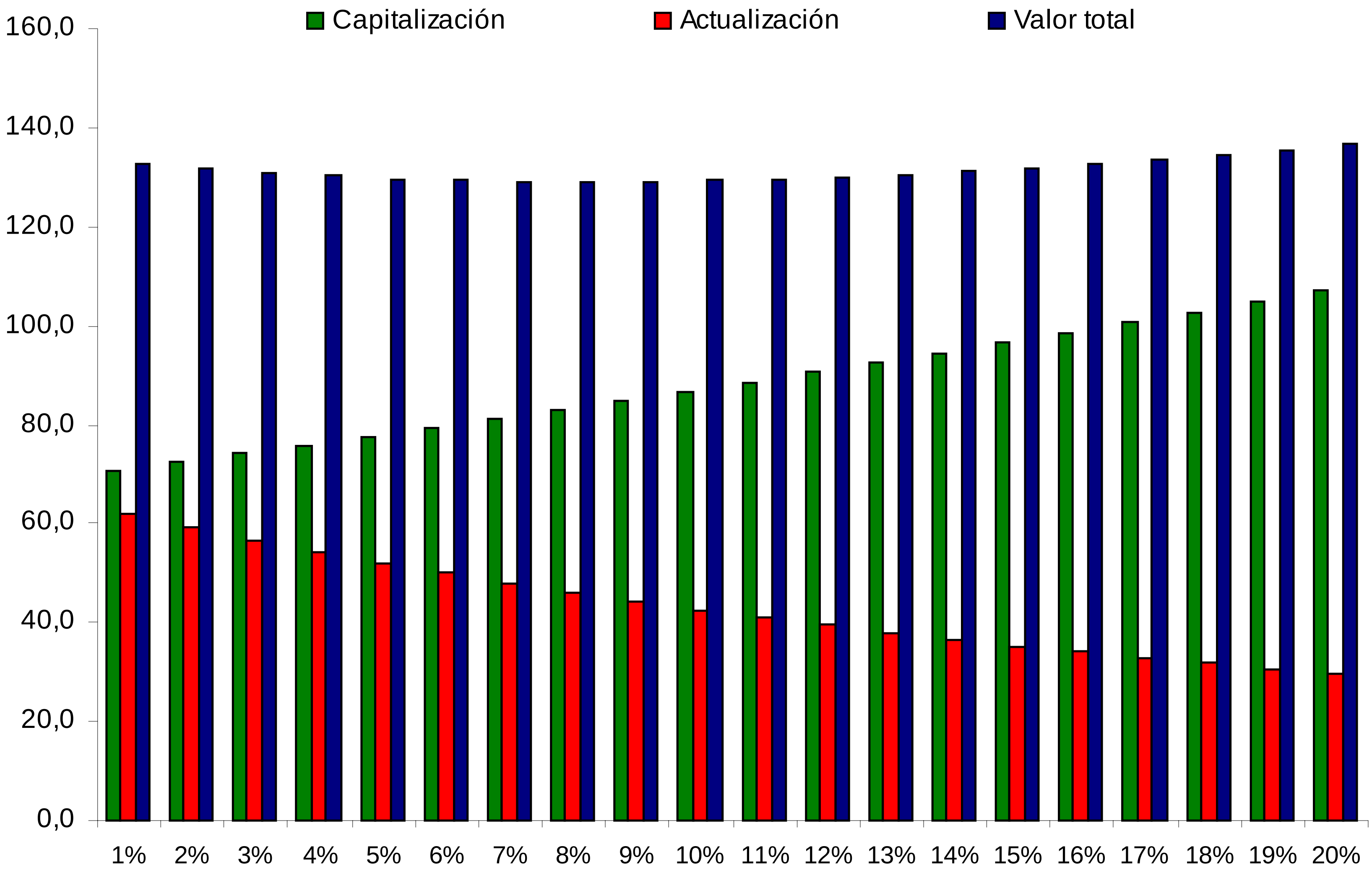
Flujo de caja de la cartera



Flujos capitalizados + flujos descontados al día de liquidación

Tasa de mercado	Capitalización	Actualización	Total	Rentabilidad anual
1%	70,8	61,8	132,7	10,99%
1%	70,8	61,8	132,7	10,99%
2%	72,5	59,2	131,7	10,71%
3%	74,1	56,7	130,8	10,47%
4%	75,8	54,3	130,2	10,28%
5%	77,6	52,1	129,7	10,14%
6%	79,3	50,0	129,3	10,04%
7%	81,1	48,0	129,1	9,97%
8%	82,9	46,1	129,0	9,95%
9%	84,8	44,3	129,1	9,97%
10%	86,7	42,6	129,3	10,02%
11%	88,6	41,0	129,6	10,10%
12%	90,5	39,5	130,0	10,22%
13%	92,5	38,0	130,5	10,36%
14%	94,5	36,6	131,1	10,54%
15%	96,5	35,3	131,8	10,74%
16%	98,6	34,0	132,6	10,97%
17%	100,7	32,8	133,5	11,23%
18%	102,8	31,7	134,5	11,50%
19%	104,9	30,6	135,6	11,80%
20%	107,1	29,6	136,7	12,13%

Valor total de la cartera en la fecha de liquidación



Rentabilidad annual de la cartera inmunizada