



Agosto de 2004

Introducción a la administración de carteras de inversión

Dr. Guillermo López Dumrauf
dumrauf@fibertel.com.ar

Para una lectura detallada ver:

L. Dumrauf, Guillermo: *Finanzas Corporativas*

López Dumrauf, Guillermo: *Cálculo Financiero Aplicado, un enfoque profesional*

La presentación puede encontrarse en:

www.dumraufnet.com.ar

Copyright © 2004 by Guillermo L. Dumrauf.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Guillermo L. Dumrauf

This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.



Rendimientos y evidencia empírica

- Algunos mitos
- Evidencia empírica: el caso de Argentina y USA
- Medidas alternativas de rendimientos
- Concepto de prima de riesgo

Repaso de estadística

- Media aritmética
- Varianza
- Desvío estándar
- Covarianza y correlación
- Aplicaciones



Algunos mitos e interrogantes:

¿Nuestro mercado de capitales es “eficiente”?

¿La bolsa es un “juego de azar” o un “casino al revés”?

¿Qué miran los inversores? ¿Las ganancias contables? ¿El price earning? ¿Otros múltiplos? ¿El potencial de crecimiento?

¿ O el flujo de fondos futuro?

Las hipótesis de los mercados eficientes



1. Eficiente en forma fuerte: *toda la información* se refleja en los precios de los títulos
2. Eficiente en forma semifuerte: solamente la *información pública* se refleja en el precio de los títulos
3. Eficiente en forma débil: el precio de los títulos refleja el *comportamiento histórico de su precio*

La hipótesis de los mercados eficientes

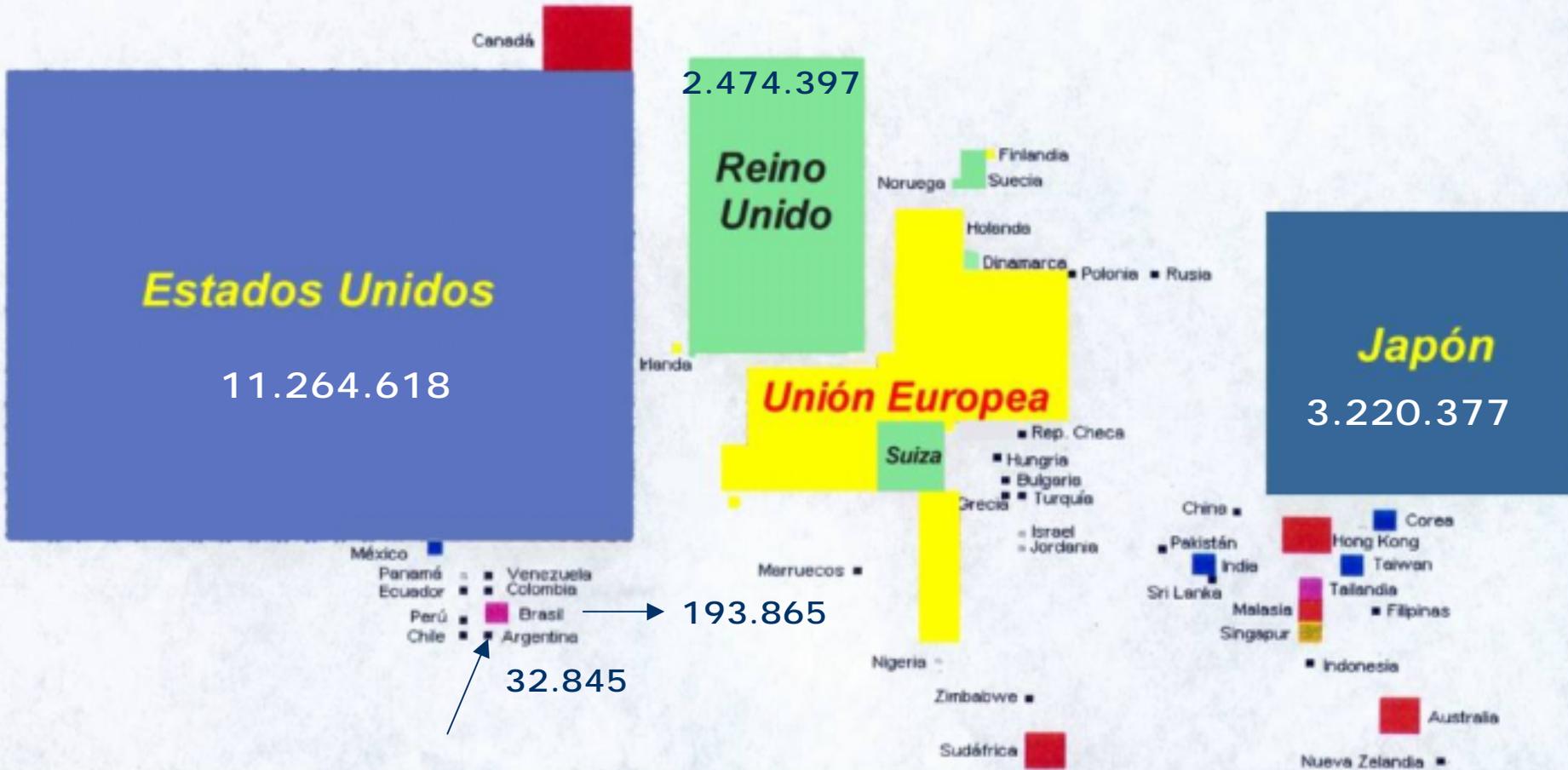


Aún en los mercados de capitales desarrollados, subsisten algunas fricciones. En los mercados emergentes, además, tenemos otros problemas:

- La escasa capitalización de las bolsas
- Problemas de liquidez
- Representatividad de los índices de mercado
- Cotización infrecuente de algunas compañías
- Alta volatilidad

¿Cuál es la capitalización bursátil en los diferentes mercados?

Tamaño de los mercados de capitales





Mercados de capitales eficientes: la historia

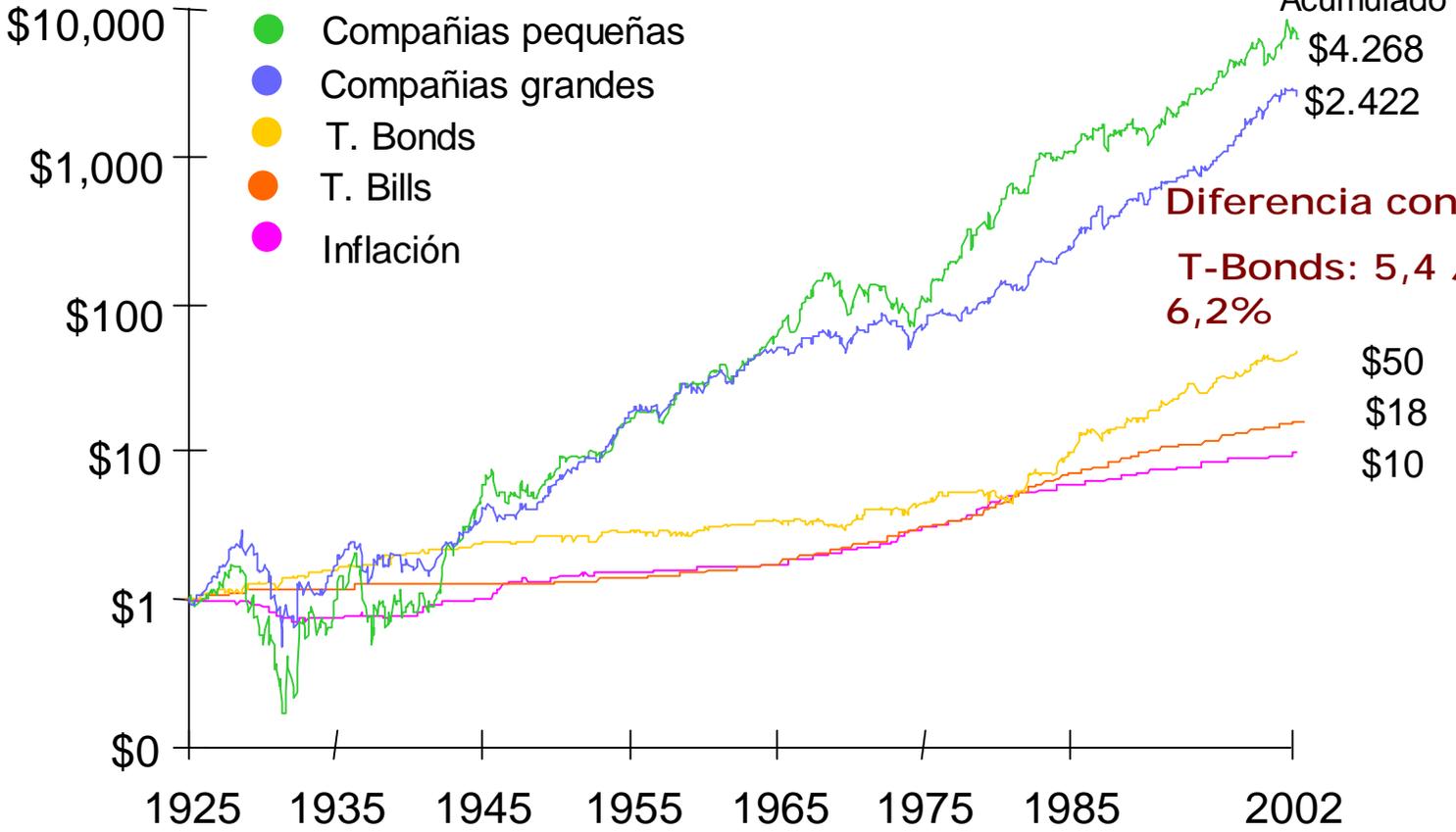
- USA (1925-2002)
- Argentina (1991-2004)

Inflación, letras, bonos y acciones en USA



(Evolución de U\$S 1 desde el final de 1925 hasta diciembre de 2002)

Rendimiento equivalente anual (compuesto)



Diferencia con T-Bonds: 5,4 / 6,2%

Retorno Acumulado	Rendimiento equivalente anual (compuesto)
\$4.268	11,4%
\$2.422	10,6%
\$50	5.2%
\$18	3.8%
\$10	3.1%

Inflación, bonos, depósitos a plazo fijo y acciones – Argentina 3/1991-3/2002



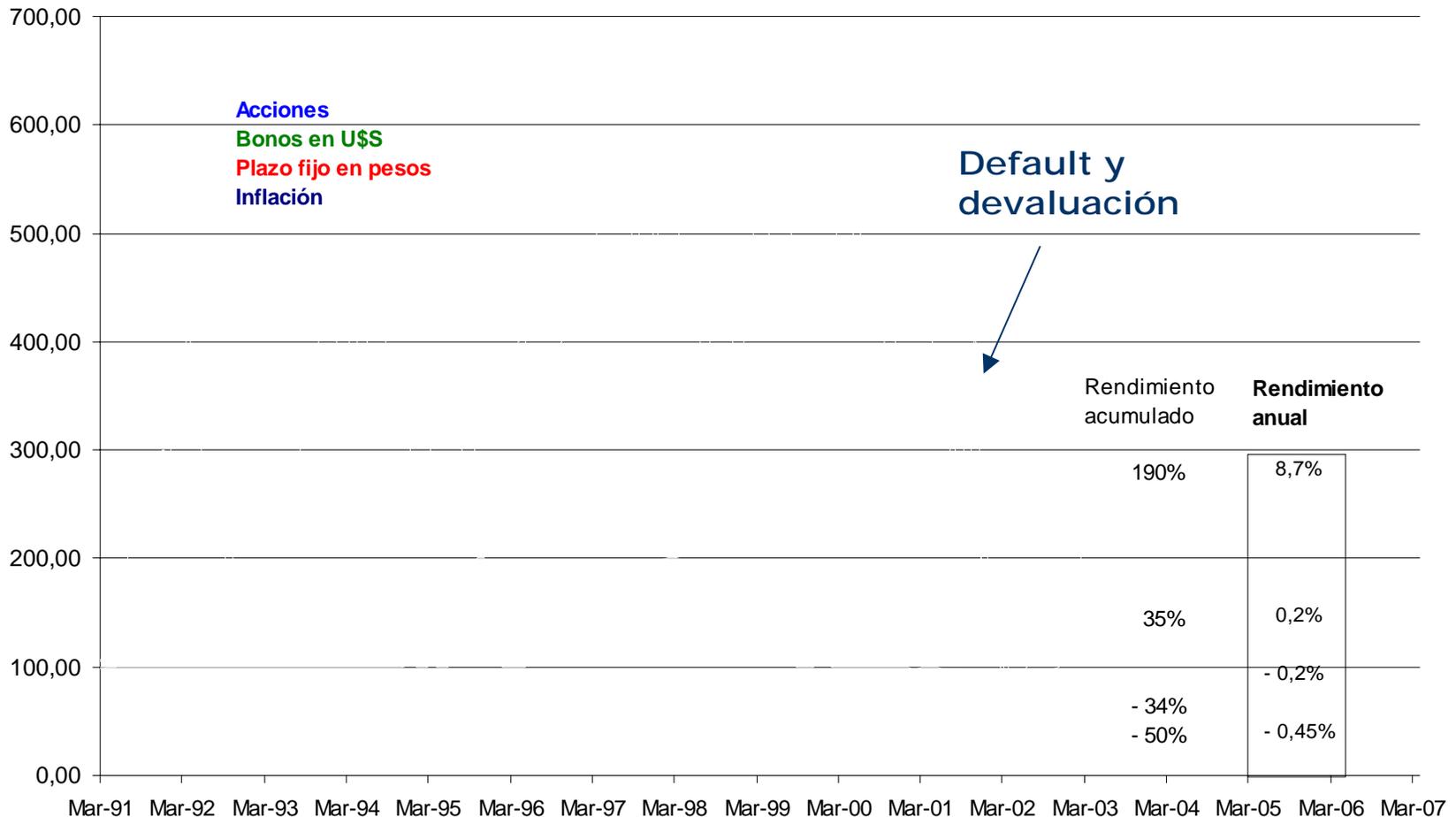
¿Cómo se han comportado los activos en la República Argentina?

¿Se puede esperar un mayor rendimiento cuando se asume mayor riesgo?

Inflación, bonos, depósitos a plazo fijo y acciones – Argentina 3/1991-3/2003

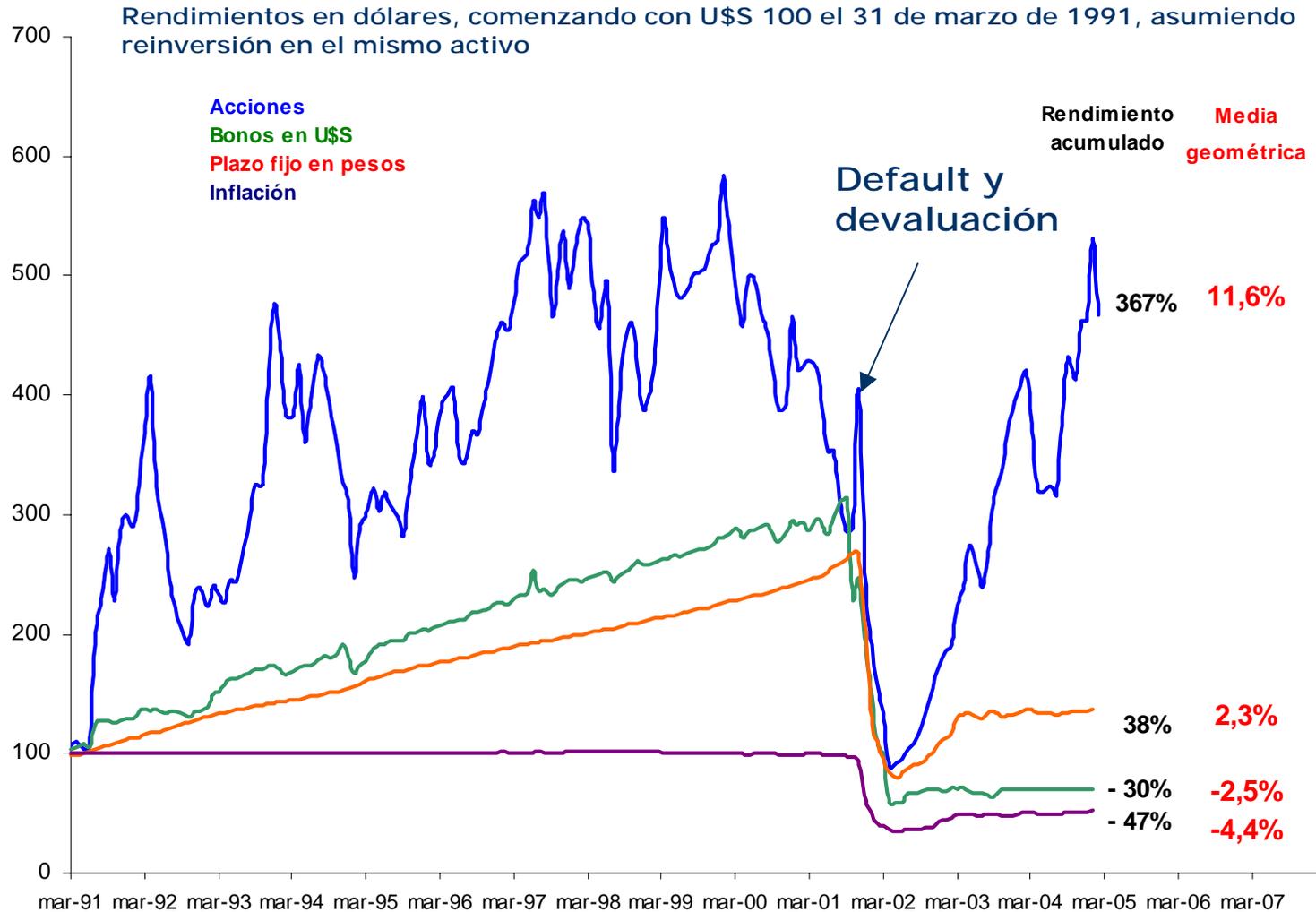


Rendimientos en dólares, comenzando con U\$S 100 el 31 de marzo de 1991, asumiendo reinversión en el mismo activo



Fuente: Dr. Guillermo López Dumrauf. Extractado de "Cálculo Financiero Aplicado" – Un enfoque profesional (2003) Copyright © by La Ley S.A.E. e I.

Inflación, bonos, depósitos a plazo fijo y acciones – Argentina 3/1991-2/2004



Fuente: Dr. Guillermo López Dumrauf. Extractado y actualizado de "Cálculo Financiero Aplicado" – Un enfoque profesional (2003) Copyright © by La Ley S.A.E. e I.

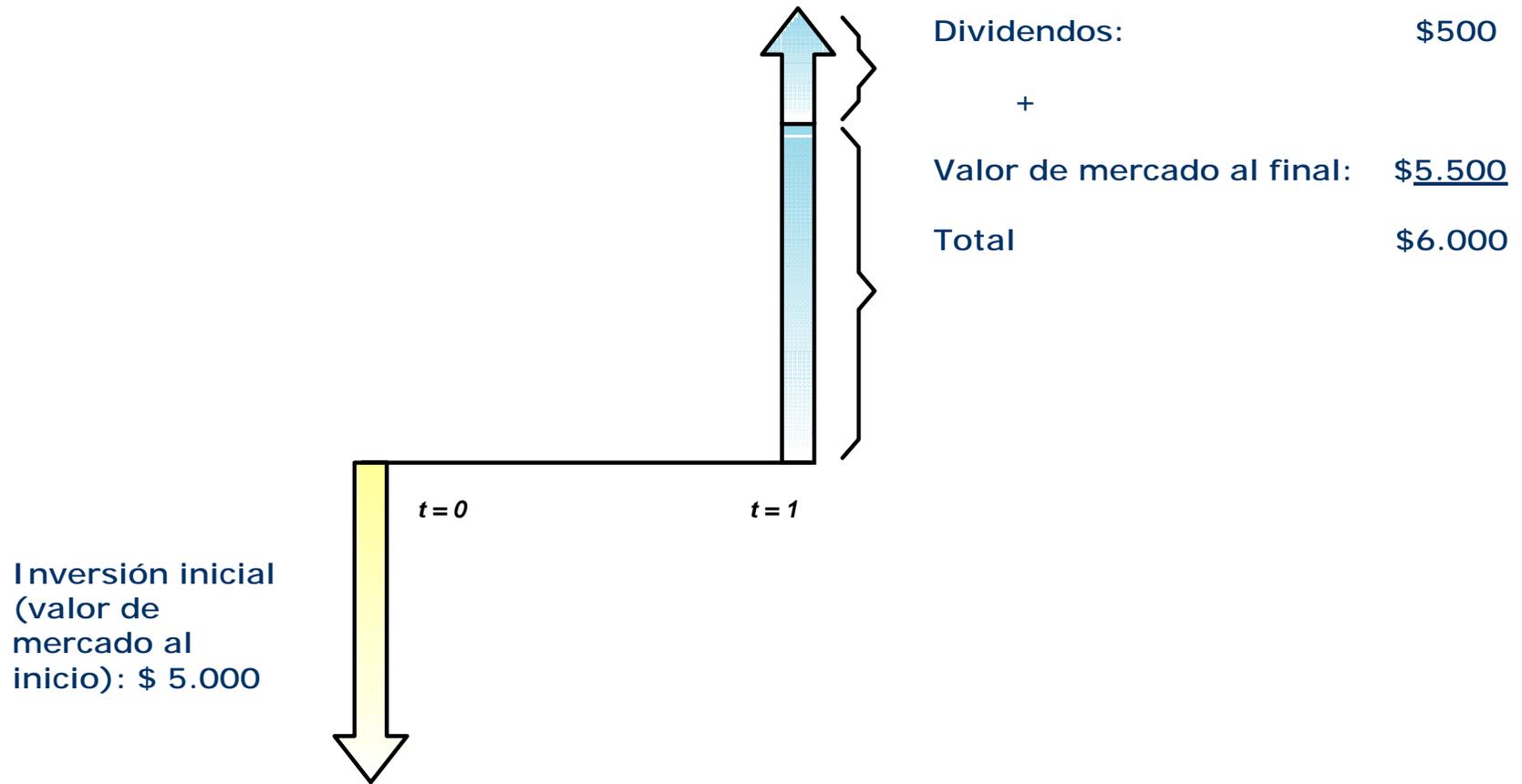


Cuánto **mayor es el riesgo** de la inversión, **mayor debería ser el rendimiento** para compensarlo.

En los mercados de capitales, suele hablarse de “**rendimiento esperado**” y de “**riesgo**” como dos medidas centrales en la administración de portafolios.

A lo largo de este seminario, iremos explicando que se entiende por ellas...

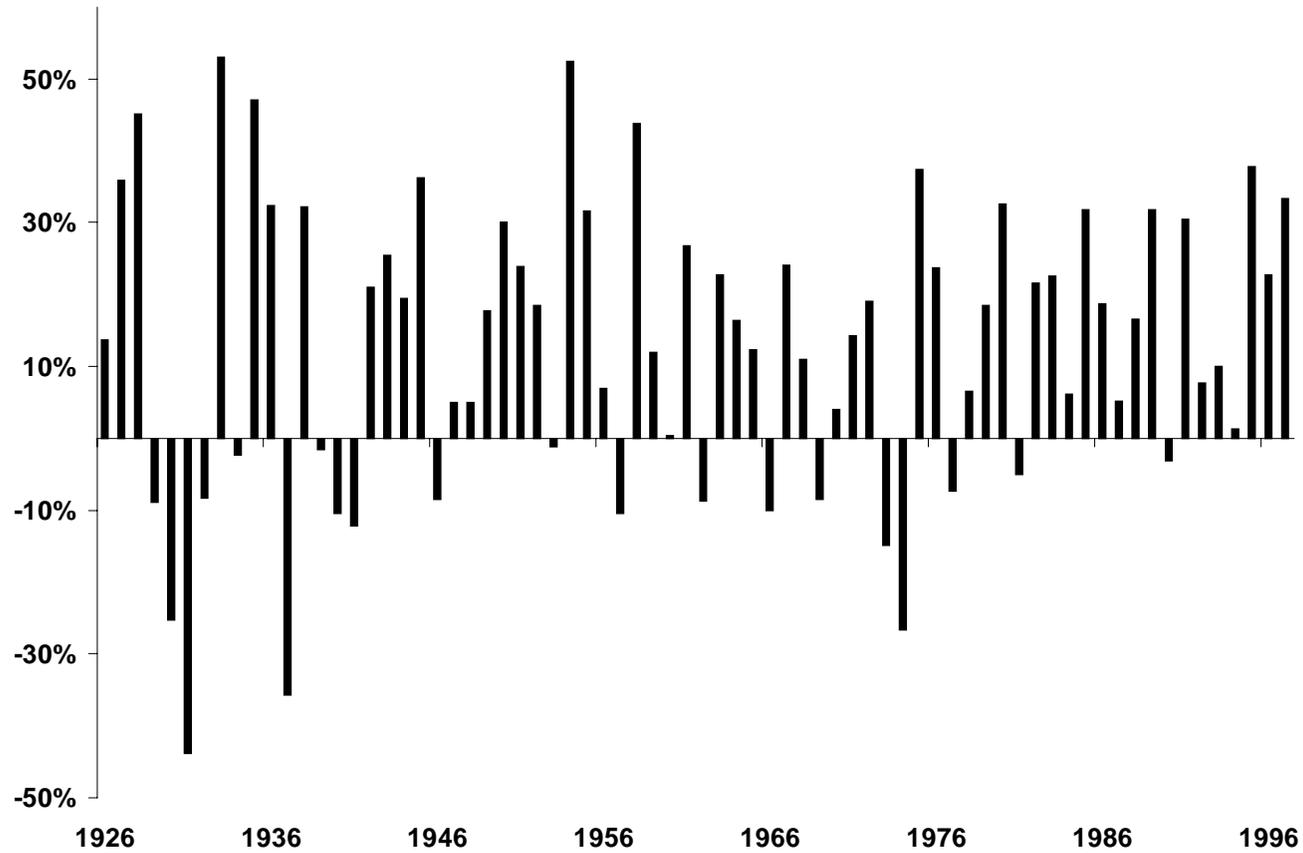
Rendimiento de una inversión en acciones



Rendimiento de acciones en USA



S&P 500 Rendimientos anuales



Herramientas de estadística necesarias en el diseño de la cartera de inversiones

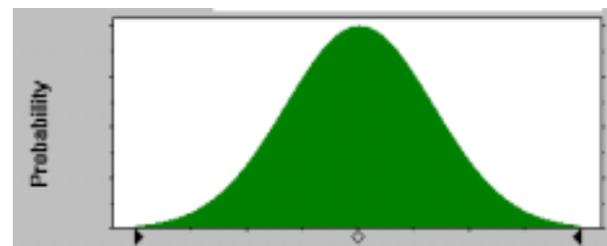


- Distribuciones de probabilidad (normal, lognormal, etc.)
- Medidas de tendencia central
 - Media
 - Mediana
 - Moda
- Medidas de variabilidad y correlación
 - Varianza
 - Desvío estándar
 - Covarianza y coeficiente de correlación

La distribución normal



Es la distribución más importante ya que describe varios fenómenos naturales y sociales, tales como la altura de las personas, la tasa de inflación,, el precio futuro de las commodities (petróleo, oro, etc.) **o los rendimientos de las acciones...**



Condiciones

- Algunos valores de la variable incierta son más probables (la media de la distribución)
- La variable incierta podría situarse por encima o por debajo de la media (los valores se distribuyen simétricamente alrededor de la media)
- La variable incierta es más probable que se ubique en la vecindad de la media

La distribución Lognormal



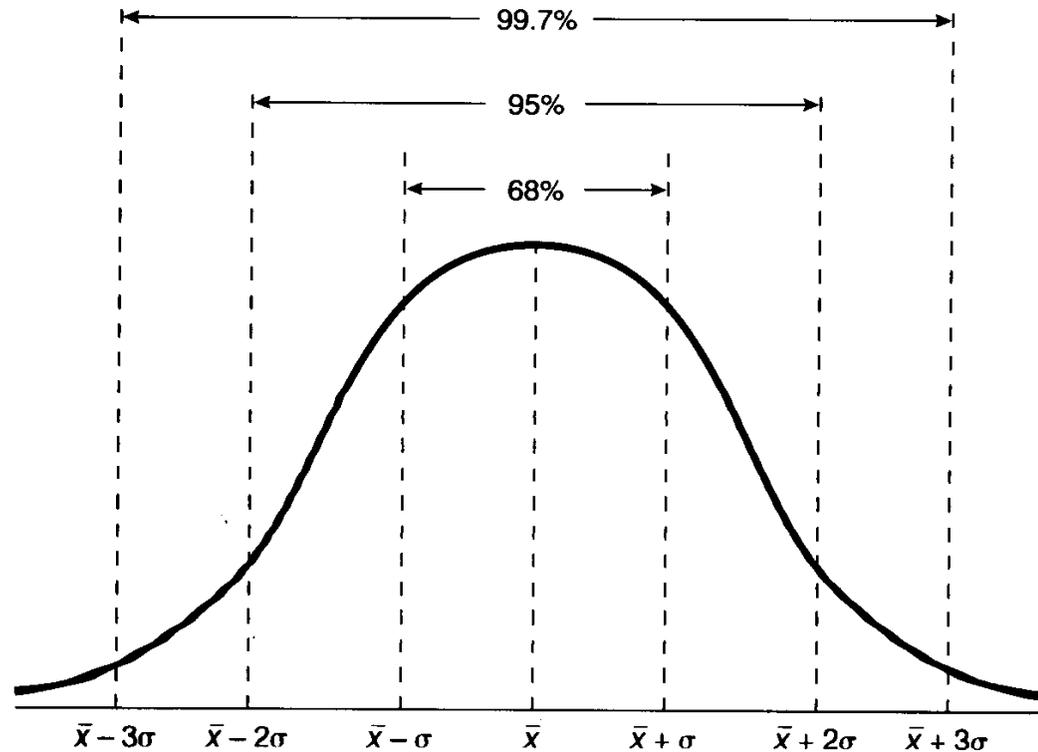
Es ampliamente utilizada en situaciones donde los valores están sesgados positivamente, por ejemplo en el caso de las acciones, donde los precios nunca pueden ser negativos pero podrían aumentar sin límite conocido.



Condiciones

- El valor de la variable incierta puede incrementarse sin límite pero no puede caer debajo de cero.
- El valor de la variable incierta está positivamente sesgado y la mayoría de los valores se distribuyen cerca del límite inferior
- El logarimo natural de la variable incierta se distribuye normalmente.

La distribución normal



Lo bueno de la distribución normal es que podemos estimar los rendimientos simplemente estimando los parámetros de los valores que caracterizan a la distribución (media y desvío estándar)

Medidas de tendencia central



Las medidas de tendencia central se refieren al punto medio de una distribución. Ellas son:

1. **Media:** es el promedio aritmético del conjunto de datos
2. **Mediana:** aquel valor de la variable que deja la mitad de los elementos por debajo y la otra mitad por encima. Es el valor que se encuentra "más en el medio" de un conjunto de datos
3. **Moda:** el valor que más se repite en el conjunto de datos

Si los datos se distribuyen normalmente, la media, la mediana y la moda son iguales...

Ejercicios



ACI.BA

03-dic-02	2,89%
04-dic-02	-2,81%
05-dic-02	5,00%
06-dic-02	-0,53%
09-dic-02	-4,26%
10-dic-02	-1,11%
11-dic-02	-6,18%
13-dic-02	-0,60%
16-dic-02	1,33%
17-dic-02	-2,50%
18-dic-02	1,71%
19-dic-02	0,72%
20-dic-02	4,76%
23-dic-02	2,84%
26-dic-02	-6,08%
27-dic-02	-0,59%
30-dic-02	-0,59%

Calcule la media, la mediana y la moda de los rendimientos de Acindar entre el 3-12-02 y el 30-12-02:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	ACI.BA
03-dic-02	2,89%
04-dic-02	-2,81%
05-dic-02	5,00%
06-dic-02	-0,53%
09-dic-02	-4,26%
10-dic-02	-1,11%
11-dic-02	-6,18%
13-dic-02	-0,60%
16-dic-02	1,33%
17-dic-02	-2,50%
18-dic-02	1,71%
19-dic-02	0,72%
20-dic-02	4,76%
23-dic-02	2,84%
26-dic-02	-6,08%
27-dic-02	-0,59%
30-dic-02	-0,59%

The 'MEDIANA' dialog box shows the formula '=MEDIANA(B6:B22)' and the result '-0,005882353'. The dialog box also includes a description: 'Devuelve la mediana o el número central de un conjunto de números.' and 'Número1: número1;número2;... son de 1 a 30 números, nombres, matrices o referencias que contienen números, para los cuales desea obtener la mediana.'

Media	-0,35%
Mediana	-0,59%
Moda	#N/A



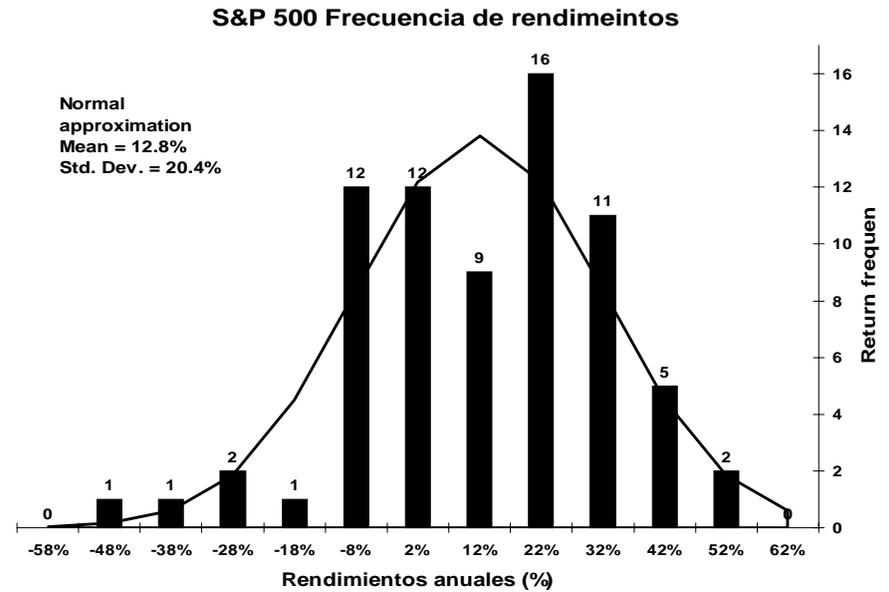
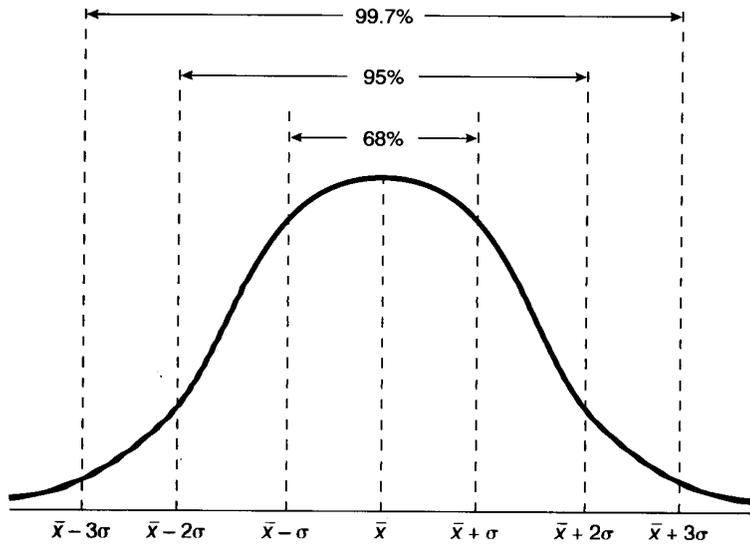
1. ¿Qué es el rendimiento esperado?

Es una expectativa matemática. **La media es una buena medida del rendimiento esperado cuando usted tiene un gran número de inversiones.** El rendimiento esperado de un activo es la media de los futuros rendimientos posibles.

2. ¿Qué es el riesgo?

La **varianza** es una medida de la dispersión de los posibles resultados. Cuanto mayor sea ésta, más dispersos estarán los rendimientos observados. Como se expresa en porcentajes “cuadrados” se hace difícil de interpretar. Por ello se calcula el **desvío típico o estándar**, que se expresa en la misma unidad de medida que los rendimientos observados.

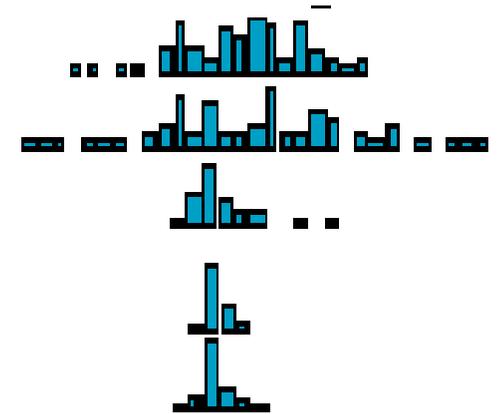
Acciones USA – frecuencias de rendimientos 1926-1998(S&P 500)



El desvío estándar en USA 1926-1998



	Rendimiento Anual promedio	Desvío Estándar
Acciones compañías grandes	13	20,3
Acciones compañías pequeñas	17,7	33,9
Bonos compañías privadas	6,1	8,7
Bonos del Gobierno	5,6	9,2
Letras del Tesoro	3,8	3,2



El rendimiento esperado de un negocio



Suponga que usted está evaluando un negocio y por la experiencia del pasado en otros negocios similares, usted puede tener una idea acerca de cuales pueden ser – la probabilidad de ocurrencia – los futuros rendimientos. Después de realizar un estudio cuidadoso, aparecen dos posibles resultados: el producto es un éxito, o el producto es un fracaso:

Escenario	Rendimientos	Probabilidad
Suceso	20%	30 %
Normal	15%	60 %
Fracaso	-10%	10 %

Rendimiento esperado = $0,20 \times 0,30 + 0,15 \times 0,60 + (-0,10) \times 0,10 = 14\%$

La fórmula general para calcular cualquier valor esperado es:

$$E(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \dots + p_jx_j + \dots + p_nx_n$$

Que podemos abreviar con la siguiente expresión simbólica:

$$E(x) = \sum_{j=1}^n p_jx_j$$

La varianza y el desvío estándar – ejemplo para un activo individual



Para el cálculo de la varianza (σ^2) y el desvío estándar (σ) debemos seguir los siguientes pasos:

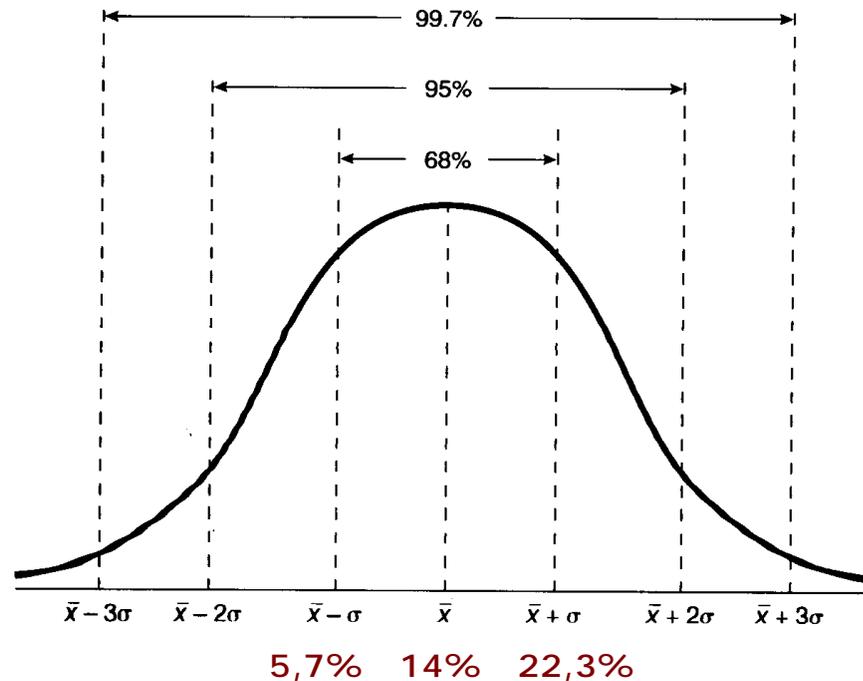
1. Se calcula primero el valor esperado $E(x)$.
2. Cálculo de la desviación de cada posible rendimiento respecto del valor esperado.
3. Calculamos el cuadrado de cada desviación.
4. Multiplicamos cada una de las desviaciones cuadradas por su probabilidad de ocurrencia.
5. Sumamos las desviaciones cuadradas: el valor obtenido es la *varianza* de los posibles rendimientos respecto de su valor esperado.
6. Obtenemos el desvío estándar calculando la raíz cuadrada de la varianza.

Escenario	P(x)	r	P(x) . r	Desvío	$(r - E_{(r)})^2$	$(r - E_{(r)})^2.P(x)$
Suceso	30%	20%	6%	6%	0,0036	0,00108
Normal	60%	15%	9%	1%	0,0001	0,00000006
Fracaso	10%	-10%	-1%	-24%	0,0576	0,00576
		E (r)	14%		Varianza ($\\2)	0,0069
					Desvío STD \$)	0,083

Rendimiento esperado y desvío estándar



Mientras el rendimiento esperado es de 14%, el desvío estándar es de 8,3%.



Si los rendimientos se distribuyen normalmente, **estos podrían ubicarse con un 68% de probabilidad entre 5,7% y 22,3%** (en el intervalo comprendido dentro de un desvío estándar a la derecha y a la izquierda de la media: **14% + 8,3%** y **14% - 8,3%**)

Rendimiento esperado, varianza y desvío estándar – fórmulas genéricas



- ◆ Rendimiento esperado: $E_{(r)} = \Sigma (p_x \cdot r_x)$
- ◆ Varianza: $\sigma^2 = \Sigma [p_x \cdot (r_x - E_{(r)})^2]$
- ◆ Desvío estándar $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

El riesgo para los analistas argentinos



	Frecuencia de mención	Puntaje Promedio	Puntaje Mediana	Importancia (Frecuencia x Mediana)
Probabilidad de la pérdida	87%	5,2	6,0	5,2
Varianza de los retornos	85%	5,6	6,0	5,1
Falta de información	89%	5,2	5,5	4,9
Tamaño de la pérdida	81%	5,1	5,0	4,0
Media de los retornos	66%	3,6	4,0	2,6
Covarianza con el resto de las inversiones posibles	68%	3,6	3,0	2,0
Otro	11%	5,4	5,0	0,6
<i>Inseguridad jurídica</i>	40%	5,5	5,5	2,2
<i>Beta</i>	20%	7,0	7,0	1,4
<i>Análisis de sensibilidad, cambios de legislación, macroeconomía, etc.</i>	20%	5,0	5,0	1,0
<i>ND</i>	20%	4,0	4,0	0,8

Fuente: Encuesta UTDT/IAEF. En frecuencia, el porcentaje de veces que se mencionó cada ítem está calculado sobre el total de respuestas disponibles (47 casos; de los 55 encuestados hay 8 que no respondieron esta pregunta). Los puntajes promedio y mediana están calculados sobre los casos con puntaje mayor a cero.



- Las fórmulas que vimos antes son fórmulas genéricas para calcular el rendimiento esperado y el riesgo de un **activo individual**.
- La mayoría de los inversores “**no ponen todos sus huevos en una sola canasta**”, sino que mantienen una cartera de inversiones que incluyen acciones de diferentes compañías, bonos, propiedades, monedas, etcétera. Una compañía hace lo mismo cuando invierte en diferentes negocios.
- Por lo tanto, **a los inversores les interesa más el riesgo de su portafolio que el riesgo de cada activo individual**.



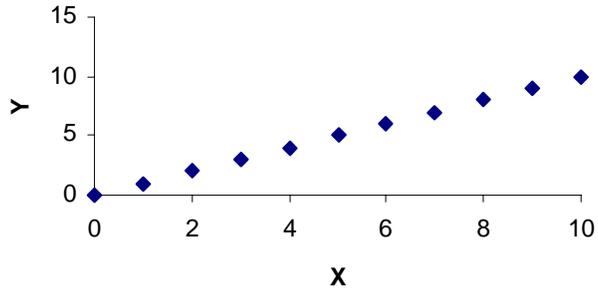
Esto tiene implicancias importantes, pues al diversificar las inversiones se producen **efectos interactivos entre el rendimiento y el riesgo del portafolio.**

Como la **covarianza** y el **coeficiente de correlación** entre los activos componentes de la cartera son conceptos importantes para el diseño del portafolio, a continuación haremos un breve repaso de estos conceptos.

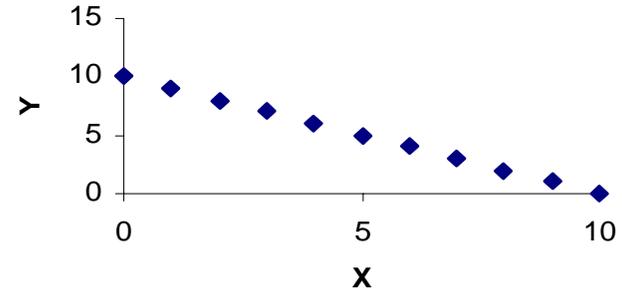
Correlación lineal - gráficos



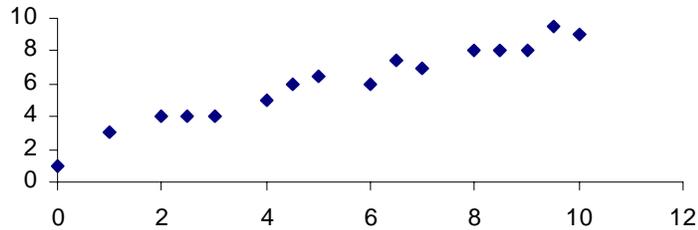
Correlación positiva perfecta



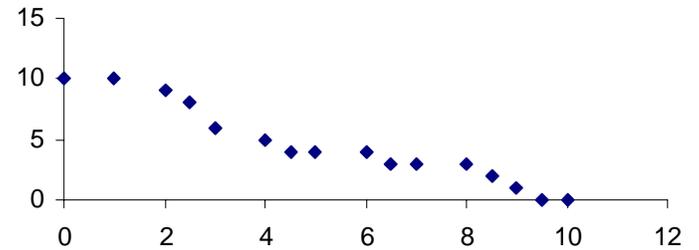
Correlación negativa perfecta



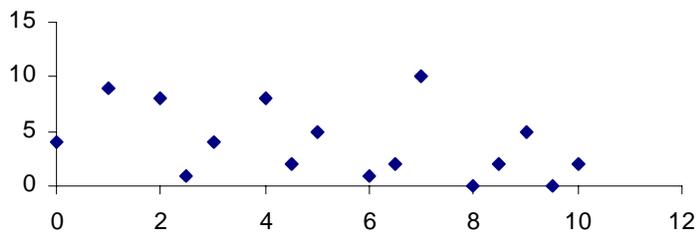
Correlación positiva imperfecta



Correlación negativa imperfecta



Sin correlación



Coeficiente de correlación



Coeficiente de correlación	Tipo de correlación
1	Positiva perfecta
Entre 0 y 1	Imperfecta
-1	Negativa perfecta
Entre 0 y -1	Negativa imperfecta
Cercano a 0	Ausencia de correlación

Covarianza y correlación



La covarianza es una medida acerca de como los rendimientos de los activos tienden a moverse en la misma dirección. Como en un portafolio los rendimientos de los activos “covarían”, necesitamos medidas de esa asociación:

Sólo es válido tomar σ en el caso de las acciones, donde suponemos que la probabilidad de un resultado es igual en todos los casos. Si no es así, debemos tomar el desvío respecto a la media, directactamente, como se muestra en el próximo ejemplo...

$$\begin{array}{c} \longrightarrow \sigma_A \qquad \qquad \qquad \sigma_B \\ \underbrace{\hspace{10em}} \qquad \underbrace{\hspace{10em}} \\ \sigma_{AB} = \sum [p_x \cdot (r_{x,A} - E_{(rA)}) \cdot (r_{x,B} - E_{(rB)})] \end{array}$$

Coeficiente de correlación:

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

Desvío estándar, covarianza y correlación



Supongamos que tenemos la posibilidad de invertir en acciones de dos compañías: Indumentaria S.A. y Margarina S.A.

Escenario	Probabilidad	Rendimiento de Indumentaria	Rendimiento de Margarina
Expansión	30 %	40 %	- 5 %
Normal	50 %	20 %	15%
Recesión	20 %	-20 %	20 %

Desvío estándar, covarianza y correlación



Indumentaria

Escenario	P(x)	r	P(x) . r	Desvío	$(r - E_{(r)})^2$	$(r - E_{(r)})^2 . P(x)$
Expansión	30%	40%	0,12	22%	0,048	0,01452
Normal	50%	20%	0,10	2%	0,000	0,0002
Recesión	20%	-20%	-0,04	-38%	0,144	0,02888
		E (r)	18%		Varianza	0,04360
					Desvío STD	20,88%

Margarina

Escenario	P(x)	r	P(x) . r	Desvío	$(r - E_{(r)})^2$	$(r - E_{(r)})^2 . P(x)$
Expansión	30%	-5%	-0,015	-15%	0,023	0,007
Normal	50%	15%	0,075	5%	0,003	0,001
Recesión	20%	20%	0,04	10%	0,010	0,002
		E(r)	10%		Varianza	0,010
					Desvío STD	10%

Desvío estándar, covarianza y correlación



La covarianza entre los rendimientos de dos activos es calculada en cuatro pasos:

1. Teniendo en cuenta las probabilidades de cada escenario económico, se calcula para cada inversión su rendimiento esperado $E(x)$.
2. Se multiplican los desvíos de las dos inversiones con respecto a $E(x)$ para cada escenario.
3. Se multiplican los resultados obtenidos en 2. por su probabilidad de ocurrencia.
4. Sumamos los resultados obtenidos en 3. para determinar la covarianza.

Escenario	Probabilidad	Desvíos A	Desvíos B	Desvío A x Desvío B	P(x) x Desvío A x Desvío B
Expansión	30 %	22 %	-15 %	-0,033	-0,0099
Normal	50 %	2 %	5 %	0,001	0,0005
Recesión	20 %	-38 %	10 %	-0,038	-0,0076
				Covarianza	-0,017

El cálculo del desvío estándar y el coeficiente de correlación en las acciones



Los ejemplos que vimos suponían un negocio cualquiera y se establecieron probabilidades diferentes para sus resultados.

En las acciones, en general, se asume la misma probabilidad de ocurrencia para un resultado, de forma tal que cuando calculamos el rendimiento esperado, la varianza, el desvío estándar o el coeficiente de correlación, las fórmulas vistas antes se modifican para recoger este supuesto.

La covarianza con probabilidades iguales (el caso común en las acciones)



Probabilidad	Resultados	Rendimiento esperado	Desvíos	Desvíos cuadrados	Desvíos cuadrados x Probabilidad
33%	900	300.00	-100.00	10000.00	3333.33
33%	1000	333.33	0.00	0.00	0.00
33%	1100	366.67	100.00	10000.00	3333.33
	esperado	1000.00		Varianza	6666.67
				Desvío std	81.65

Probabilidad	Resultados	Rendimiento esperado	Desvíos	Desvíos cuadrados	Desvíos cuadrados x Probabilidad
33%	110	36.67	10.00	100.02	33.34
33%	100	33.33	0.00	0.00	0.00
33%	90	30.00	-10.00	99.98	33.33
	esperado	100.00		Varianza	66.67
				Desvío std	8.16

	Desvío A	Desvío B	Producto desvíos
Covarianza (con Excel)	-666.67		
Coef correl (con Excel)	-1.00		
Coef correl (cov/desvíos)	-1.00		
Desvío STD A (con Excel)	100		
Desvío STD B (con Excel)	10		
	-100	10	-1000
	0	0	0
	100	-10	-1000

Covarianza	-666.67
Covarianza con desvíos std	-666.66

Covarianza calculada como sumatoria del producto de los desvíos

Covarianza calculada como producto de desvíos estándares

Nota: Excel calcula covarianzas como productos de desvíos estándares para n-1 observaciones. Por ejemplo, en el caso de A, el desvío estándar se calcula como

$$\sigma = \sqrt{\frac{10.000 + 0 + 10.000}{3-1}} = 100$$

La covarianza con probabilidades distintas



Probabilidad	Resultados	Rendimiento esperado	Desvíos	Desvíos cuadrados	Desvíos cuadrados x Probabilidad
25%	900	225.00	-100.00	10000.00	2500.00
50%	1000	500.00	0.00	0.00	0.00
25%	1100	275.00	100.00	10000.00	2500.00
	esperado	1000.00		Varianza	5000.00
				Desvío std	70.71

Probabilidad	Resultados	Rendimiento esperado	Desvíos	Desvíos cuadrados	Desvíos cuadrados x Probabilidad
25%	110	27.50	10.00	100.00	25.00
50%	100	50.00	0.00	0.00	0.00
25%	90	22.50	-10.00	100.00	25.00
	esperado	100.00		Varianza	50.00
				Desvío std	7.07

	Desvío A	Desvío B	Producto desvíos
Covarianza (con Excel)	-666.67		
Coef correl (con Excel)	-1.00		
Coef correl (cov/desvíos)	-1.33		
Desvío STD A (con Excel)	100		
Desvío STD B (con Excel)	10		

Covarianza	-666.67
Covarianza con desvíos std	-500.00

Observe que cuando las probabilidades son diferentes, la covarianza difiere cuando se la calcula como el producto de los desvíos estándares. Lo correcto es siempre calcularla como producto de los desvíos.

Nota de estadística: el cálculo del desvío estándar



Por ejemplo, para calcular el desvío estándar del activo A, Excel lo calcula con un divisor $n-1$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10.000 + 0 + 10.000}{3-1}} = 100$$

¿Por qué utilizamos $n-1$ como denominador en lugar de n ?

Los especialistas en estadística pueden demostrar que si tomamos muchas muestras de una población dada, luego encontramos la varianza para cada muestra (s^2) y promediamos los resultados, este promedio no tiende a tomar el valor de la varianza de la población (σ^2) a menos que tomemos $n-1$ como denominador en nuestros cálculos.

Al utilizar un divisor $n-1$, nos da un estimador imparcial de σ^2

El cálculo en la práctica: desvío estándar y covarianza



1° paso: registramos la serie de precios

2° paso: calculamos los rendimientos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		ACI.BA	ALU.BA	ATA.BA	BSU.BA	CEC.BA	CEP.BA	COM.BA	CRE.BA
2	Time stamp	CLOSE							
3	02-dic-02	0,9	2,76	3,34	1,41	2,8	0,75	0,39	1
4	03-dic-02	0,905	2,81	3,37	1,38	3	0,76	0,375	1
5	04-dic-02	0,9	2,83	3,36	1,41	2,86	0,69	0,404	1
6	05-dic-02	0,945	2,78	3,42	1,42	2,85	0,69	0,417	1
7	06-dic-02	0,94	2,81	3,32	1,4	2,84	0,68	0,439	1
8	09-dic-02	0,9	2,81	3,3	1,41	2,85	0,73	0,44	1
9	10-dic-02	0,89	2,92	3,47	1,4	2,75	0,73	0,44	1
10	11-dic-02	0,835	2,92	3,68	1,34	2,76	0,73	0,41	1
11	13-dic-02	0,83	2,85	3,73	1,35	2,8	0,76	0,405	1
12	16-dic-02	0,841	2,69	3,63	1,43	2,85	0,76	0,41	1
13	17-dic-02	0,82	2,81	3,54	1,42	2,85	0,75	0,403	1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		ACI.BA	ALU.BA	ATA.BA	BSU.BA	CEC.BA	CEP.BA	COM.BA	CF
2	Time stamp	CLOSE	CL						
3	02-dic-02	0,9	2,76	3,34	1,41	2,8	0,75	0,39	
4	03-dic-02	0,905	2,81	3,37	1,38	3	0,76	0,375	
5	04-dic-02	0,9	2,83	3,36	1,41	2,88	0,69	0,404	
6	05-dic-02	0,945	2,78	3,42	1,42	2,85	0,69	0,417	
7	06-dic-02	0,94	2,81	3,32	1,4	2,84	0,68	0,439	
8	09-dic-02	0,9	2,81	3,3	1,41	2,85	0,73	0,44	
9	10-dic-02	0,89	2,92	3,47	1,4	2,75	0,73	0,44	
10	11-dic-02	0,835	2,92	3,68	1,34	2,78	0,73	0,41	
11	13-dic-02	0,83	2,85	3,73	1,35	2,8	0,76	0,405	
12	16-dic-02	0,841	2,69	3,63	1,43	2,85	0,76	0,41	
13	17-dic-02	0,82	2,81	3,54	1,42	2,85	0,75	0,403	

3° paso: calculamos en diferentes hojas, el desvío estándar, los coeficientes de correlación y la matriz varianza-covarianza con las fórmulas de Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M						
1		Acinar	Aluar	Atan	Bans	CEC	CEP	COM	CRE	Frans	GFG	INU	Irs						
2	Acinar	1,00	0,11	-0,01	0,24	0,10	0,19	0,16	0,80	0,20	0,25	0,25	0,8						
3	Aluar		1,00	0,04	0,17	0,17	0,19	0,06	0,87	0,23	0,15	0,24	0,8						
4	Atanor			1,00	-0,10	-0,04	0,01	0,07	-0,01	0,85	0,01	-0,01	0,8						
5	Bansud				1,00	0,14	0,42	0,32	0,80	0,10	0,47	0,44	0,8						
6	CEC.BA					1,00	0,26	0,06	0,06	0,16	0,14	0,12	0,8						
7	CEP.BA						1,00	0,24	0,19	0,25	0,49	0,37	0,8						
8	COM.BA							1,00	0,09	0,30	0,42	0,31	0,8						
9	CRE.BA								1,00	0,14	0,10	0,09	0,8						
10	Francés									1,00	0,26	0,19	0,8						
11	GFG.BA										1,00	0,40	0,8						
12	INU.BA											1,00	0,8						
13	Irsa												1,00						
14	Juan Mir													1,00					
15	Metrogas														1,00				
16	Molinos															1,00			
17	PCH.BA																1,00		
18	POL.BA																	1,00	
19	Renault																		1,00

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
4		ACI.BA	ALU.BA	ATA.BA	BSU.BA	CEC.BA	CEP.BA	COM.BA	CRE.BA
5	ACI.BA	0,00093023							
6	ALU.BA	-0,0419E-05	0,00033672						
7	ATA.BA	-7,7998E-04	1,4416E-05	0,00036676					
8	BSU.BA	0,00000002	8,7002E-05	-0,00048-01	0,00078035				
9	CEC.BA	8,4451E-05	-4,5599E-05	-1,7229E-01	8,0877E-05	0,00043154			
10	CEP.BA	0,00019489	0,00011966	9,3726E-06	0,00008802	0,00010262	0,00012062		
11	COM.BA	0,00024022	5,4079E-05	6,604E-05	0,000431665	4,5025E-05	0,00028874	0,00028602	
12	CRE.BA	7,6897E-05	3,8601E-05	-0,00108E-04	7,2106E-05	4,2678E-05	0,00020082	0,00014877	0,00103
13	FRAN.BA	0,00049251	0,00010491	3,0701E-05	0,00013083	0,00011665	0,00027289	0,00016804	0,000148
14	GFG.BA	0,00036489	8,6646E-05	8,5203E-06	0,00069033	9,1328E-05	0,00051987	0,00068225	9,7679E
15	INU.BA	0,00018421	0,00010961	-6,8975E-04	0,00029339	6,1098E-05	0,0003104	0,00037792	6,7118E
16	Irsa.BA	2,3275E-05	3,3802E-05	-0,0077E-05	-4,0834E-04	2,8732E-05	5,7603E-05	3,4175E-05	0,000291
17	Juan Mir.BA	0,00016169	0,00012885	6,3528E-05	8,11289E-05	6,0277E-05	0,00024984	0,0001186	7,7732E
18	Metrogas.BA	0,00018898	0,0001170	-3,7998E-05	0,000138914	0,0002826	0,00022914	0,00012976	6,9895E
19	Molinos.BA	0,00014274	9,7287E-05	-1,1874E-05	0,000221421	6,9119E-05	0,00023977	0,00028902	8,982E
20	PCH.BA	0,00017128	9,3106E-05	4,4895E-05	0,000266878	9,9276E-05	0,00033649	0,00034761	7,8772E
21	POL.BA	0,00020411	0,00010083	-0,00119E-01	0,000162383	9,0087E-05	0,00029713	0,00021703	2,6896E
22	Renault.BA	0,000185	4,7719E-05	-2,4899E-05	0,000274078	0,00010453	0,00027801	0,0004176	3,1308E
23	ACI.BA	0,00013117	0,0001115	-0,1633E-04	0,00017456	7,1208E-05	0,00021249	0,00029244	4,6214E
24	ALU.BA	0,00013014	0,00015823	2,29E-05	0,000267989	0,00013238	0,00041729	0,00041857	5,2434E
25	ATA.BA	0,00044727	0,00011734	-4,0937E-04	0,000198268	0,00017579	0,00029080	0,00028512	0,000132
26	BSU.BA	0,00016464	4,9975E-05	-1,0218E-05	0,000160889	4,8558E-05	0,00022179	0,00027162	5,9374E
27	CEC.BA	-1,1089E-05	-7,9988E-05	-7,2922E-04	6,20929E-05	-4,0374E-01	1,4091E-04	8,9234E-05	3,9207E



Agosto de 2004

El portafolio o cartera de inversión

Dr. Guillermo López Dumrauf

dumrauf@fibertel.com.ar

Para una lectura detallada ver:

L. Dumrauf, Guillermo: *Finanzas Corporativas*

López Dumrauf, Guillermo: *Cálculo Financiero Aplicado, un enfoque profesional*

La presentación puede encontrarse en:

www.cema.edu.ar/u/gl24

Copyright © 2001 by Grupo Guía S.A.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Grupo Guía S.A.

This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.



Portafolio de inversiones

- Rendimiento esperado
- Riesgo del portafolio
- Covarianza y correlación entre acciones argentinas
- Matriz varianza-covarianza
- VaR (valor a riesgo)

Portafolios eficientes

- Combinaciones riesgo-rendimiento
- Capital Market Line y frontera eficiente
- Teorema de la separación
- Diseño de una estrategia y evaluación ex-post

Rendimiento y riesgo del portafolio de inversiones con dos activos



- ◆ Rendimiento esperado de un portafolio:

Proporciones en cada activo

$$E_{(rp)} = W_A E(r_A) + W_B E(r_B)$$

- ◆ Varianza del portafolio:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2 W_A W_B \sigma_{AB}$$

- ◆ Riesgo del portafolio:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$



A modo de recordatorio, las fórmulas para la covarianza y el coeficiente de correlación son:

Recuerde que en las acciones, donde cada resultado tiene igual probabilidad de ocurrencia, usamos el desvío estándar...

$$\text{Covarianza: } \sigma_{AB} = \sum [p_x \cdot (\overbrace{r_{x,A} - E(r_A)}^{\sigma_A}) \cdot (\overbrace{r_{x,B} - E(r_B)}^{\sigma_B})]$$

$$\text{Coeficiente de correlación: } \rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

Cartera de inversión - Rendimiento esperado y riesgo



Suponga que usted ha repartido su inversión entre dos activos: el 20% del dinero en el activo A (cuyos precios son menos estables), y el 80% restante en el activo B (cuyos rendimientos son más estables). Los rendimientos esperados $r_{(E)}$ para el próximo año y los desvíos estándar son los siguientes:

Activo	Proporción en el portafolio	Rendimiento esperado	Desvío estándar
A	20%	21 %	40 %
B	80%	15 %	20 %

Cartera de inversión - Rendimiento esperado



Si usted invierte el 20 % de su dinero en el activo A y el restante 80 % en el activo B, su rendimiento esperado sería igual a los rendimientos de los dos activos ponderados por el porcentaje invertido en cada uno:

$$r_{(E)} = (0,20 \times 21 \%) + (0,80 \times 15 \%) = \mathbf{16,2 \%}$$

Ahora podemos generalizar la fórmula para calcular el rendimiento del portafolio, donde w representa la proporción invertida en cada activo:

$$r_p = w_1 \cdot r_1 + w_2 \cdot r_2 + \dots + w_n \cdot r_n$$

Cartera de inversión – medición del riesgo



Ahora sabemos que el rendimiento esperado del portafolio es del 16,2%, pero ¿cuál es el desvío estándar de dicho rendimiento?

Sabemos que el desvío estándar del activo A es del 40 % mientras que el del activo B es del 20 %. Se podría estar inclinado a suponer que el riesgo del portafolio, al igual que el rendimiento esperado, puede calcularse a través del promedio ponderado de los desvíos típicos de los activos individuales. En ese caso, tendríamos:

$$(0,20 \times 40) + (0,80 \times 20) = 24\%$$

Pero esto es **INCORRECTO**; sólo sería correcto si los precios de las dos acciones estuvieran **correlacionados perfectamente**, es decir, variaran en el mismo sentido e igual proporción.

Cartera de inversión - varianza



Cuando la correlación no es perfecta, la diversificación siempre reducirá el riesgo por debajo del 24 %: *la varianza y el desvío estándar de un portafolio no es la simple combinación de las varianzas de los activos que la integran.*

La varianza del portafolio es

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2 W_A W_B \sigma_{AB}$$

$$\sigma_p^2 = 0,20^2 \times 40^2 + 0,80^2 \times 20^2 + 2 \times 0,20 \times 0,80 \times 0,50 \times 40 \times 20$$

$$\sigma_p^2 = 64 + 256 + 128 = 448$$

El coeficiente de correlación es menor a 1 (uno)...

Uso de la grilla para calcular la varianza



Para calcular la varianza de la cartera, necesitamos rellenar 4 casillas; en la diagonal de izquierda a derecha se colocan las varianzas; en la diagonal de derecha a izquierda las covarianzas

$W_A^2 \sigma_A^2 = 0,20^2 40^2 = 64$	$W_A W_B \sigma_{AB} =$ $0,20 \times 0,80 \times 0,50 \times 40 \times 20 = 64$
$W_A W_B \sigma_{AB} =$ $0,20 \times 0,80 \times 0,50 \times 40 \times 20 = 64$	$W_B^2 \sigma_B^2 = 0,80^2 20^2 = 256$

Si sumamos los valores de las casillas veremos que la varianza es de 448...

Riesgo de la cartera de inversión



La varianza es una medida “cuadrada” que tiene poca utilidad como estadística descriptiva. **El riesgo del portafolio lo expresamos a través de la desviación típica o desvío estándar**, que es la raíz cuadrada de la varianza y está expresado en la misma unidad de medida que el rendimiento esperado:

$$\sigma_p = \sqrt{448} = 0,2116 \text{ o } 21,16 \%$$

El desvío típico es menor al 24%, debido a que los rendimientos de dichos activos se encuentran imperfectamente correlacionados. **Podemos concluir que el riesgo del portafolio depende de:**

- La proporción o peso relativo (w) de cada activo
- El desvío típico de (σ) cada activo
- La covarianza ($\sigma_{1,2}$) entre los rendimientos de los activos

Uso de la grilla para calcular la varianza de la cartera con varias acciones



Cuando tenemos una cartera con n títulos (A,B,C,D, y E) sólo tenemos que rellenar unas casillas más. **Las casillas sombreadas de la diagonal contienen siempre las varianzas y las otras casillas contienen las covarianzas:**

	AB	AC	AD	AE
BA		BC	BD	BE
CA	CB		CD	CE
DA	DB	DC		DE
EA	EB	EC	ED	

Preguntas



1. Haga una lista de cinco acciones que probablemente tengan un alto desvío estándar y de cinco acciones con bajo desvío estándar.
1. En una cartera diversificada, ¿su desviación estándar puede ser inferior a la desviación estándar de cada una de las acciones que la componen?
2. ¿Es posible diseñar una cartera con varianza igual a cero? ¿Cuáles serían los requisitos?
3. ¿Cuál es la diferencia entre *covarianza* y *correlación*?
4. Haga una lista con algunos ejemplos de acciones que presumiblemente tengan rendimientos correlacionados y otro con acciones que no tengan correlación.

Desvío estándar de acciones argentinas



Acciones	Varianza	Desvio std	Desvio std (anual)	Desvío std (últimas 40 ruedas al 13/8/04)
Acindar	0.001	0.030	48.4%	26.7%
Aluar	0.000	0.018	29.1%	30.7%
ATA.BA	0.000	0.020	31.3%	No aparece
BSU.BA	0.001	0.027	43.6%	37.9%
CEC.BA	0.000	0.021	33.0%	18.6%
CEP.BA	0.001	0.034	53.6%	18.6%
COM.BA	0.002	0.049	77.8%	37.6%
CRE.BA	0.001	0.032	51.1%	36.7%
FRA.BA	0.001	0.033	52.0%	37.3%
GFG.BA	0.001	0.032	50.1%	37.1%
INU.BA	0.001	0.025	39.1%	34.6%
IRS.BA	0.001	0.027	43.3%	29.1%
JMI.BA	0.001	0.032	51.5%	37.5%
MET.BA	0.001	0.035	55.2%	42.2%
MOL.BA	0.000	0.020	32.3%	30.3%
PCH.BA	0.000	0.020	32.2%	
POL.BA	0.001	0.032	50.1%	55.1%
REN.BA	0.001	0.027	43.2%	42.2%
SID.BA	0.001	0.023	36.3%	
TEC2.BA	0.001	0.033	52.9%	33.1%
TGS2.BA	0.001	0.033	52.5%	26.5%
TENA.BA	0.000	0.022	34.8%	33.3%
TRA.BA	0.002	0.040	62.9%	36.2%
.MERV	0.000	0.019	30.9%	25.1%
.MAR	0.000	0.021	32.6%	
.IBG	0.000	0.015	24.6%	

Cálculos efectuados entre el 3-12-02 al 14-4-2004



Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa:

a. La característica que define el riesgo de una cartera o portafolio bien diversificado es el conjunto de las varianzas de sus activos individuales **FALSO**

b. Si los precios de dos acciones se mueven en perfecta armonía, es posible reducir el riesgo mediante la diversificación. **FALSO**

c. La desviación estándar de una cartera bien diversificada es igual al promedio ponderado de las desviaciones estándar de cada título incluido en la cartera **FALSO**

Problemas



Usted ha invertido el 40 % de su dinero en la acción A y el resto en la acción B. Sus expectativas son las siguientes:

	A	B
Rentabilidad esperada	10 %	15 %
Desviación típica	15 %	25 %

El coeficiente de correlación es 0,5

- Cuál es el rendimiento esperado y la desviación típica de las rentabilidades de su cartera?
- Cómo cambiaría usted su respuesta si el coeficiente de correlación fuera 0 (cero) o -0.5?
- Esta cartera es mejor o peor que otra en la que todo se hubiera invertido en la acción A, o no es posible decirlo?

Respuesta



$$a) \quad r_{(E)} = 0,40 \times 0,10 + 0,60 \times 0,15 = 0,13$$

$$\sigma^2_p = 0,40^2 \times 15^2 + 0,60^2 \times 25^2 + 2[0,40 \times 0,60 \times 0,50 \times 15 \times 25] = 351$$

$$\sigma = \sqrt{351} = 18,73\%$$

Observe que el desvío de la cartera es un poco más alto que el desvío de A

b) Si el coeficiente de correlación fuera cero, la desviación estándar sería $\sigma = 16,55\%$. Si el coeficiente de correlación fuera -0.5 , la desviación estándar sería $\sigma = 13,07\%$

c) No es posible decirlo, pues depende de la aversión al riesgo del inversor.

Preguntas



Suponga dos acciones con las siguientes características:

Acción	Rendimiento esperado	Desvío estándar
A	15%	10%
B	25%	20%

El coeficiente de correlación entre las dos acciones es -1

- ¿Qué porcentaje debería invertir en cada acción para obtener una cartera sin riesgo?
- ¿Cuál es el rendimiento esperado de dicha cartera sin riesgo?

Respuesta



a) Primero igualamos la expresión de la varianza del portafolio a cero:

$$x^2 10^2 + (1-x)^2 20^2 + 2x(1-x) 10 \times 20 \times (-1) = 0$$

$$100x^2 + 400(1-x)^2 - 400x(1-x) = 100x^2 + 400(1^2 - 2x + x^2) - 400x + 400x^2$$

Derivando con respecto a x la expresión anterior, queda:

$$200x - 800 + 800x - 400 + 800x = 1.800x - 1.200$$

Y finalmente $x = 1200/1.800 = 0,66$ por lo tanto $(1-x) = 0,33$

$$b) r_{(E)} = 0,66 \times 0,15 + 0,33 \times 0,25 = 0,1833$$

Comprobando con la fórmula de la varianza de la cartera:

$$0,66^2 10^2 + 0,33^2 20^2 + 2 \times 0,33 \times 0,66 \times 10 \times 20 \times (-1) = 0$$

Esto sólo es posible en teoría... En el mundo real, es casi imposible que dos activos tengan correlación negativa perfecta...

Nota de matemáticas: la multiplicación de matrices



En el ciclo el e el l e
l l **función** e **Excel** para la
multiplicación e a rice e rec r a ri
repa a un e e pl encill

Suponga que los precios mayoristas de los productos A, B y C están representados por la siguiente matriz de precios:

$$P = [2 \ 3 \ 4]$$

Y las cantidades de A, B y C que se adquieren están dadas por la matriz columna

$$Q = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Nota de matemáticas: la multiplicación de matrices



Entonces el costo total (en unidades monetarias) está dado por el elemento de $P \times Q$:

$$PQ = [2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{bmatrix} = 2 \times 7 + 3 \times 5 + 4 \times 11 = 73$$

Si además podemos pensar que un distribuidor minorista agrega un "*markup*" (M) a cada producto de 10, 20 y 30% respectivamente, luego podemos expresar el precio al consumidor como $P \times Q \times M$:

$$PQM = [2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{bmatrix} [1,10 \ 1,20 \ 1,30] = 2 \times 7 \times 1,10 + 3 \times 5 \times 1,20 + 4 \times 11 \times 1,30 = 90,6$$

Problema



Calcule el rendimiento esperado y el riesgo de la cartera compuesta por partes iguales con las siguientes acciones:

Acciones	Varianza	Desvio std
Acindar	0.00092904	0.03048023
Aluar	0.00033675	0.01835062

- El rendimiento esperado de Acindar=10% anual y el de Aluar=15%
- La varianza y el desvío estándar están expresados en días...

Ejemplo sencillo del cálculo del desvío estándar del portafolio



Varianza calculada "a mano"

		Porcentajes cuadrados	
Proporción en A	40%	0.16	
Proporción en B	60%	0.36	
Rentabilidad esperada A	10%		
Rentabilidad esperada B	15%		
		Desvíos cuadrados	
Desvío A (%)	0.03043	0.00093	
Desvío B (%)	0.01832	0.00034	
Coeficiente correlación AB	0.10835		

Grilla "a mano"	
0.000148197	1.45E-05
1.45006E-05	0.0001209

Rend esp cartera	13%
Varianza	0.0002981
Desvío cartera	1.726%

Ejemplo utilizando la función "MMULT" de Excel (los datos de la grilla contienen las varianzas y la covarianza, sin las proporciones)

	Acíndar	Aluar	Multip matriz x proporciones	
Ácíndar	0.0009262	0.0000604	0.4	0.000407
Aluar	0.0000604	0.0003357	0.6	0.000226
Proporciones	0.4	0.6		

Varianza "a mano"	0.000298
Varianza con función "MMULT"	0.000298
Desvío std	1.726%
Desvío std anual	27.41%

Aplicación de la vida real: la matriz varianza-covarianza



El primer paso es observar como se han comportado los títulos a lo largo de un período de tiempo:

Time stamp	ACI.BA CLOSE	ALU.BA CLOSE	ATA.BA CLOSE	BSU.BA CLOSE	CEC.BA CLOSE	CEP.BA CLOSE	COM.BA CLOSE	CRE.BA CLOSE	FRA.BA CLOSE
02-Dic-02	0.9	2.76	3.34	1.41	2.8	0.75	0.39	1.79	4.1
03-Dic-02	0.926	2.81	3.37	1.38	3	0.76	0.375	1.79	4.2
04-Dic-02	0.9	2.83	3.36	1.41	2.88	0.69	0.404	1.77	4.24
05-Dic-02	0.945	2.78	3.42	1.42	2.85	0.69	0.417	1.74	4.24
06-Dic-02	0.94	2.81	3.32	1.4	2.84	0.68	0.439	1.74	4.23
09-Dic-02	0.9	2.81	3.3	1.41	2.85	0.73	0.44	1.79	4.04
10-Dic-02	0.89	2.92	3.47	1.4	2.75	0.73	0.44	1.79	4.15
11-Dic-02	0.835	2.92	3.68	1.34	2.78	0.73	0.41	1.78	4.05
13-Dic-02	0.83	2.85	3.73	1.35	2.8	0.76	0.405	1.79	3.5
16-Dic-02	0.841	2.69	3.63	1.43	2.85	0.76	0.41	1.79	3.55
17-Dic-02	0.82	2.81	3.54	1.42	2.85	0.75	0.403	1.84	3.35
18-Dic-02	0.834	2.72	3.5	1.41	2.85	0.79	0.4	1.88	3.65
19-Dic-02	0.84	2.7	3.65	1.47	2.85	0.799	0.41	1.88	3.69
20-Dic-02	0.88	2.72	3.8	1.57	2.85	0.79	0.46	1.84	3.59
23-Dic-02	0.905	2.72	3.86	1.56	2.79	0.78	0.495	1.76	3.64
26-Dic-02	0.85	2.76	3.92	1.54	2.8	0.82	0.567	1.74	3.65
27-Dic-02	0.845	2.7	4.01	1.4	2.7	0.855	0.59	1.78	3.7
30-Dic-02	0.84	2.72	4.01	1.31	2.56	0.895	0.531	1.85	3.8

Por razones de espacio, no aparece la serie completa, que contiene 330 cotizaciones diarias...

Cálculo de los rendimientos diarios



A partir de la tabla anterior, podemos calcular fácilmente las variaciones diarias en los precios:

$(0,926/0,9)-1$ (variación diaria de Acindar)

	ACI.BA	ALU.BA	ATA.BA	BSU.BA	CEC.BA	CEP.BA	COM.BA	CRE.BA	FRA.BA	GFG.BA	INU.BA	IRS.BA	JMI.BA
03-Dic-02	0.02888889	0.01811594	0.008982036	-0.0212766	0.071428571	0.013333333	-0.03846154	0	0.02439024	-0.02689076	-0.03589744	-0.01675978	-0.02439024
04-Dic-02	-0.02807775	0.00711744	-0.002967359	0.02173913	-0.04	-0.09210526	0.077333333	-0.01117318	0.00952381	0.05354059	0.0212766	0.01136364	0
05-Dic-02	0.05	-0.01766784	0.017857143	0.0070922	-0.010416667	0	0.03217822	-0.01694915	0	0.04262295	0.00520833	0.01685393	0.025
06-Dic-02	-0.00529101	0.01079137	-0.029239766	-0.01408451	-0.003508772	-0.01449275	0.05275779	0	-0.00235849	-0.00157233	0	-0.02209945	-0.02439024
09-Dic-02	-0.04255319	0	-0.006024096	0.00714286	0.003521127	0.07352941	0.0022779	0.02873563	-0.04491726	0.07086614	0.02072539	-0.01129944	0
10-Dic-02	-0.01111111	0.03914591	0.051515152	-0.0070922	-0.035087719	0	0	0	0.02722772	0.01470588	-0.01522843	0.08571429	0.025
11-Dic-02	-0.06179775	0	0.060518732	-0.04285714	0.010909091	0	-0.06818182	-0.00558659	-0.02409639	-0.02173913	-0.01546392	-0.03684211	-0.06097561
13-Dic-02	-0.00598802	-0.0239726	0.013586957	0.00746269	0.007194245	0.04109589	-0.01219512	0.00561798	-0.13580247	0.00296296	0.02617801	0	0.07792208
16-Dic-02	0.01325301	-0.05614035	-0.026809651	0.05925926	0.017857143	0	0.01234568	0	0.01428571	0.03397341	-0.01530612	0.00546448	0
17-Dic-02	-0.02497027	0.04460967	-0.024793388	-0.00699301	0	-0.01315789	-0.01707317	0.02793296	-0.05633803	0	0.00518135	0.00543478	-0.01204819
18-Dic-02	0.01707317	-0.03202847	-0.011299435	-0.00704225	0	0.053333333	-0.00744417	0.02173913	0.08955224	-0.01	-0.02061856	0	-0.04878049
19-Dic-02	0.00719424	-0.00735294	0.042857143	0.04255319	0	0.01139241	0.025	0	0.0109589	0.05339105	0.00526316	0	0.05128205
20-Dic-02	0.04761905	0.00740741	0.04109589	0.06802721	0	-0.01126408	0.12195122	-0.0212766	-0.02710027	0.0890411	0	0	0
23-Dic-02	0.02840909	0	0.015789474	-0.00636943	-0.021052632	-0.01265823	0.07608696	-0.04347826	0.01392758	0	0.01570681	-0.01621622	-0.02439024
26-Dic-02	-0.06077348	0.01470588	0.015544041	-0.01282051	0.003584229	0.05128205	0.14545455	-0.01136364	0.00274725	0.02515723	0.02061856	0.07692308	0
27-Dic-02	-0.00588235	-0.02173913	0.022959184	-0.09090909	-0.035714286	0.04268293	0.04056437	0.02298851	0.01369863	0.03067485	-0.01010101	-0.01020408	0.1
30-Dic-02	-0.00591716	0.00740741	0	-0.06428571	-0.051851852	0.04678363	-0.1	0.03932584	0.02702703	-0.04761905	-0.05612245	0.02061856	0.09090909

Matriz varianza-covarianza



Luego calculamos las varianzas de los rendimientos de cada acción y sus covarianzas con el resto de los rendimientos de las otras acciones (la línea diagonal sombreada representa nuevamente las varianzas)

	ACI.BA	ALU.BA	ATA.BA	BSU.BA	CEC.BA	CEP.BA	COM.BA	CRE.BA	FRA.BA	GFG.BA	INU.BA	IRS.BA	JMI.BA
ACI.BA	0.00092623												
ALU.BA	6.0419E-05	0.00033572											
ATA.BA	-7.9955E-06	1.4415E-05	0.00038879										
BSU.BA	0.00020002	8.7053E-05	-5.5306E-05	0.00075075									
CEC.BA	8.4651E-05	6.5589E-05	-1.7329E-05	8.0877E-05	0.00043154								
CEP.BA	0.00019659	0.00011966	9.3726E-06	0.00038882	0.00018363	0.00113762							
COM.BA	0.0002422	5.6079E-05	6.604E-05	0.00043186	6.5025E-05	0.00039874	0.00239653						
CRE.BA	7.6897E-05	3.8601E-05	-9.3318E-06	7.3107E-05	4.2671E-05	0.00020382	0.00014877	0.00103114					
FRA.BA	0.00049351	0.00013491	3.0701E-05	0.00013083	0.00011065	0.00027289	0.00016804	0.00014891	0.001069				
GFG.BA	0.00026459	8.6646E-05	8.5303E-06	0.00058083	9.1328E-05	0.00051987	0.00065225	9.7679E-05	0.00026837	0.00099465			
INU.BA	0.00018421	0.00010961	-5.5975E-06	0.00029371	6.1098E-05	0.0003104	0.00037792	6.7115E-05	0.00015563	0.00037219	0.00060335		
IRS.BA	2.3275E-05	3.3802E-05	-2.3775E-05	-6.2826E-06	2.5732E-05	5.9603E-05	3.4175E-05	0.00020167	0.00013308	1.6677E-05	2.9686E-05	0.00074042	
JMI.BA	0.00016169	0.00012585	6.3528E-05	8.1129E-05	6.0277E-05	0.00024984	0.0001156	7.7732E-05	0.00014337	0.00012257	0.00012879	4.2147E-05	0.00105067
MET.BA	0.00015898	0.0001173	-3.7795E-05	0.00013591	0.0002826	0.00022014	0.00013976	6.9895E-05	0.00014479	0.00012643	8.6651E-05	2.5377E-06	0.00016712
MOL.BA	0.00014274	9.7287E-05	-1.1076E-05	0.00022142	6.9119E-05	0.00022077	0.00029502	8.182E-05	0.00016371	0.00029388	0.00018586	2.1071E-05	0.0001041
PCH.BA	0.00017125	9.3106E-05	4.488E-06	0.00026688	9.9276E-05	0.00033649	0.00034761	7.8772E-05	0.00020619	0.00041171	0.00023249	3.3336E-05	0.00012927
POL.BA	0.00020411	0.00010083	-1.0119E-05	0.0001623	9.0091E-05	0.00029713	0.00021703	2.6985E-05	0.00015558	0.00023843	0.00024673	-3.8877E-05	0.00028976
REN.BA	0.000195	4.7719E-05	2.4408E-05	0.00027408	0.00010453	0.00027587	0.00046175	3.1338E-05	0.00016208	0.00039005	0.00022632	2.7343E-05	0.00013594
SID.BA	0.00013117	0.000115	-8.1605E-06	0.00021746	7.1378E-05	0.00021249	0.00029244	4.6214E-05	0.00015703	0.00024455	0.000187	3.5401E-05	0.00017167
TEC2.BA	0.00013814	0.00015833	2.39E-05	0.00036799	0.00013238	0.00041729	0.00041857	5.3434E-05	0.00017514	0.00055201	0.00025096	-5.3084E-06	0.00014506
TGS2.BA	0.00044727	0.00011736	-4.0957E-06	0.00019827	0.00017579	0.00029088	0.00022513	0.00013364	0.00059815	0.00026519	0.00016148	0.00011996	0.00011601
TENA.BA	0.00016464	4.9975E-05	-1.0215E-05	0.00016086	4.8558E-05	0.00022179	0.00027162	5.9374E-05	0.00015799	0.00027025	0.00016553	4.9457E-05	2.1174E-05
TRA.BA	-1.1089E-05	-7.3958E-05	-7.2922E-06	6.3093E-05	-4.0376E-05	1.4091E-06	8.9234E-05	3.9287E-05	-4.419E-05	5.5259E-05	5.7437E-05	2.5904E-05	-4.7649E-05
.MERV	0.0002214	9.8502E-05	6.2637E-06	0.00037798	9.7685E-05	0.00038575	0.00050922	7.7216E-05	0.00020473	0.00053397	0.00028828	2.4899E-05	0.00013771
.MAR	0.00021705	0.00010081	7.8855E-06	0.00040482	0.00010047	0.00039461	0.00054614	7.7124E-05	0.00020158	0.00057073	0.00030128	1.9414E-05	0.00013552
.IBG	0.00015826	0.00010149	-4.3161E-06	0.00027645	8.5721E-05	0.00031689	0.00032572	7.168E-05	0.00018088	0.00037831	0.00021985	3.0285E-05	0.00013537

Cálculo del VaR (value at risk)



Cartera	Particip.	Valor de Mercado
		1,000,000
Aluar	0.500	500,000
Bansud	0.150	150,000
JCMinetti	0.150	150,000
Molinos	0.200	200,000
Total	1.000	1,000,000

Elijo Horizonte de Tiempo
días 5

Elijo Intervalo de Confianza
"Z"
 90%
 95% 1.650
 97.50 %
 99 %

Matriz Varianza-Covarianza

	Aluar	Bansud	JCMinetti	Molinos
Aluar	0.000335725	8.70528E-05	0.00012585	9.72871E-05
Bansud	8.70528E-05	0.00075075	8.11289E-05	0.000221421
JCMinetti	0.00012585	8.11289E-05	0.001050674	0.000104095
Molinos	9.72871E-05	0.000221421	0.000104095	0.000413778
Transpuesta	0.50	0.15	0.15	0.20

Cálculo de la Varianza: Utilizo la función MMULT de excel.

Varianza = 0.000215589
 DESVIO = 0.014682948

CALCULO DEL VaR

VaR = Valor de Mercado * Desvío * RAIZ(Horizonte de Tiempo) * Z

VaR = \$54,172.92



El valor en riesgo (Value at Risk) es la máxima pérdida que podría tener con la cartera en (1) día, con una probabilidad del 95%. **O sea, si el VAR es 54.000, quiere decir, que en el 95% de los casos, pase lo que pase en el mercado, no debería perderse más de 54.000 pesos.**

¿Cómo puedo hacer simulaciones?

Se puede modificar tanto el número de días (a más tiempo mayores posibilidades de pérdida) como el % de probabilidad (a mayor probabilidad mayor pérdida también)

Detrás de estos cálculos hay series estadísticas. Por ejemplo, si miráramos hacia atrás deberíamos encontrar que en el 95% de los casos no se perdió más del VAR.



El VaR se puede calcular para un solo valor o para toda la cartera. En el último caso, el cálculo contempla los efectos compensatorios entre valores.

VaR calcula la pérdida máxima con una fiabilidad del 95%, significa que en el restante 5% de los casos, nuestra pérdida podría ser mayor. Sin embargo, el VaR no da ninguna indicación de la magnitud de estas pérdidas, ni de las posibles pérdidas en casos extremos como cracks de mercado.



¿Por qué la suma del Valor en Riesgo de los valores no es igual a la de la cartera?

Porque entre los valores hay correlaciones. Por ejemplo, si tengo en mi cartera Bansud y otro valor, por ejemplo Atanor, que supongamos están correlacionadas negativamente, la cartera debería tener un VaR menor que la suma de los dos. ¿Por qué? Porque cuando uno sube el otro baja, y los efectos de ambos tenderán a anularse.

Finalmente, cabe destacar que todas estas técnicas se basan en la estadística, sobre la cual debemos recordar que **la estadística describe los mercados, no les obliga.**



Vamos a ver ahora algunas combinaciones entre riesgo y rendimiento

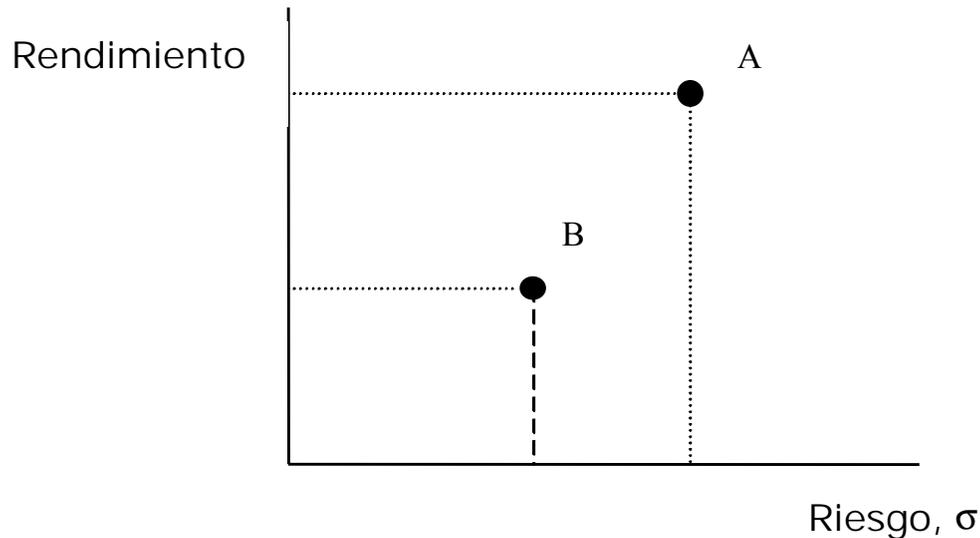
No todas las combinaciones son iguales; hay combinaciones mejores que otras

Las mejores combinaciones forman lo que se conoce como una cartera o portafolio "eficiente"

Combinaciones riesgo-rendimiento



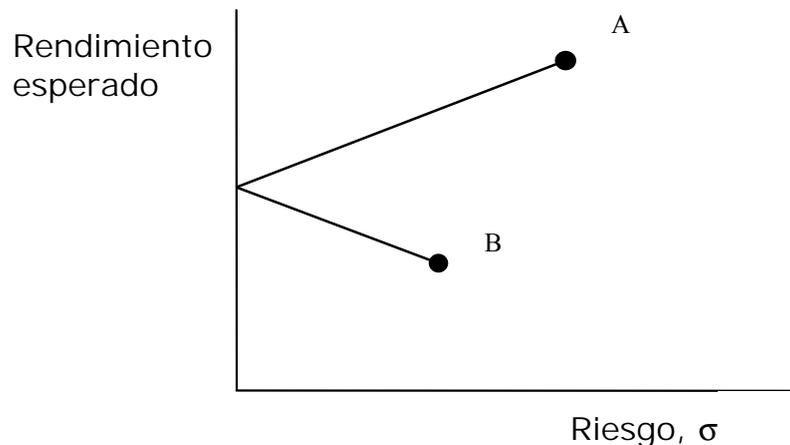
Usted puede invertir todo su dinero en el activo A o en el activo B, en cuyo caso asume la relación rendimiento-riesgo de A o de B en forma individual:



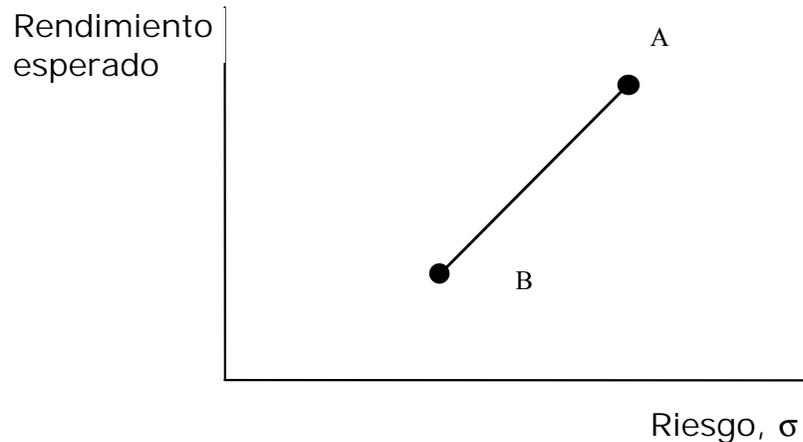
Combinaciones riesgo-rendimiento



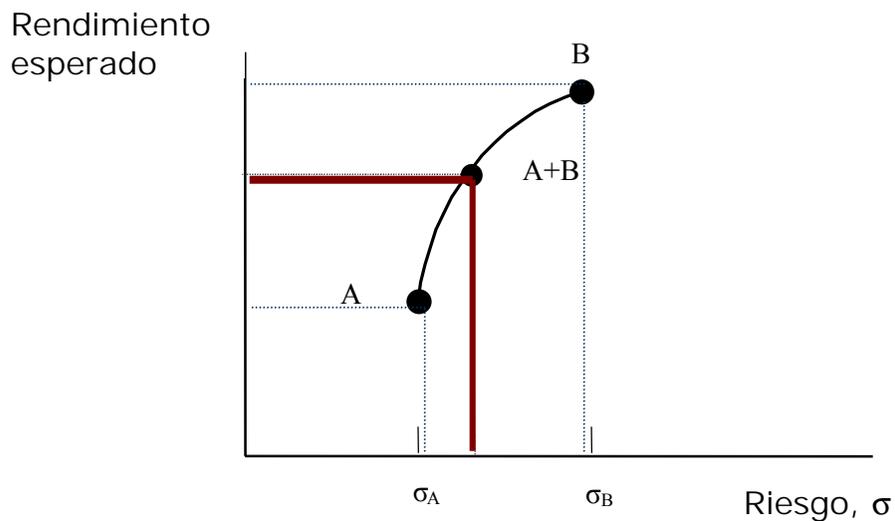
Correlación negativa perfecta



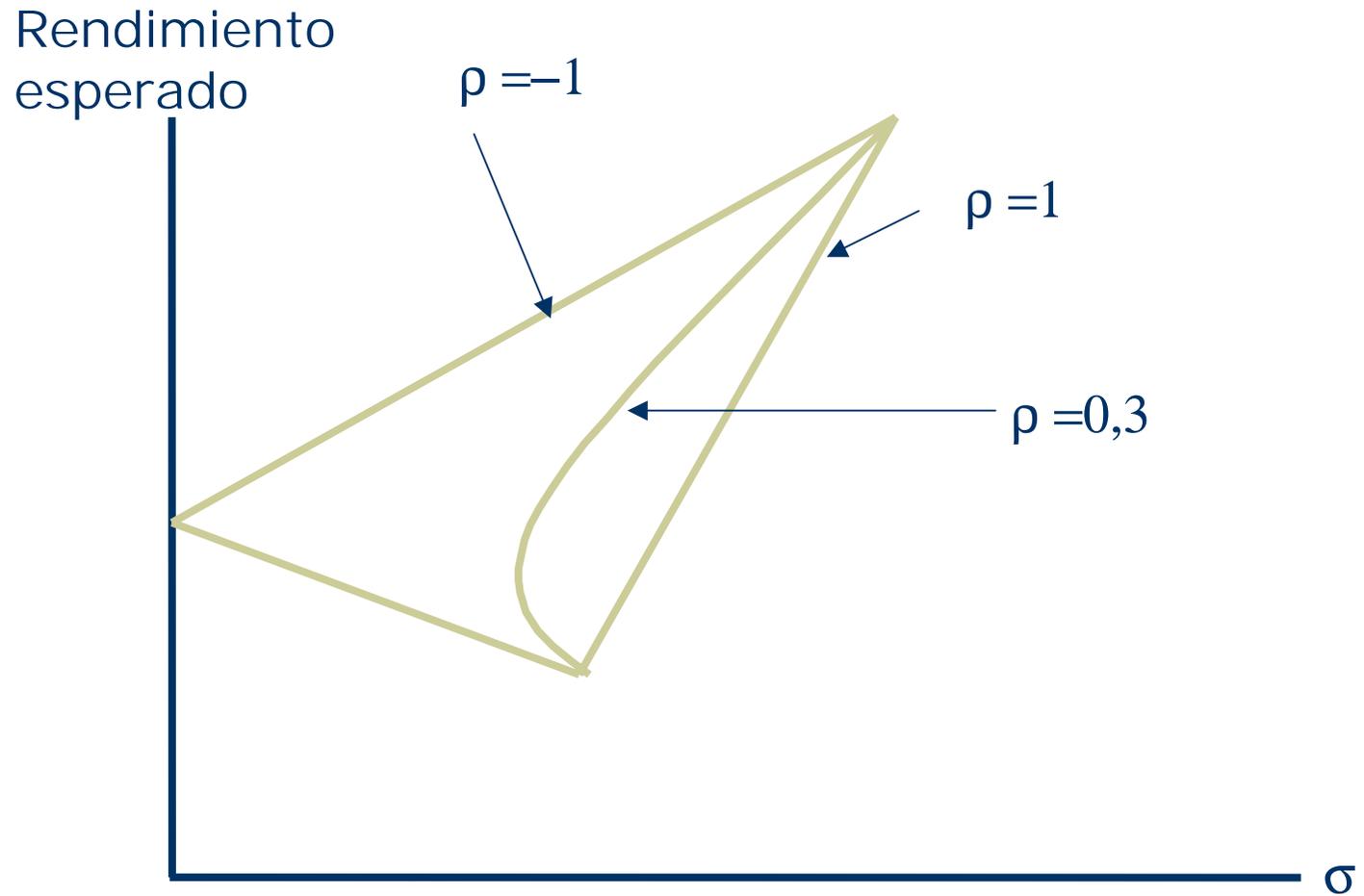
Correlación positiva perfecta



Correlación entre 0 y menos que 1



Combinaciones riesgo-rendimiento





- ◆ Cuanto **menor sea la correlación** de los rendimientos entre los activos de un portafolio, éstos se podrán combinar de manera más **eficiente** para reducir el riesgo.
- ◆ **En teoría**, es posible formar una **cartera sin riesgo** con dos activos que tienen **correlación negativa perfecta**, seleccionando adecuadamente el porcentaje invertido en cada activo.



Lamentablemente, sólo hay 2 formas de ganar dinero en un mercado de capitales eficiente:

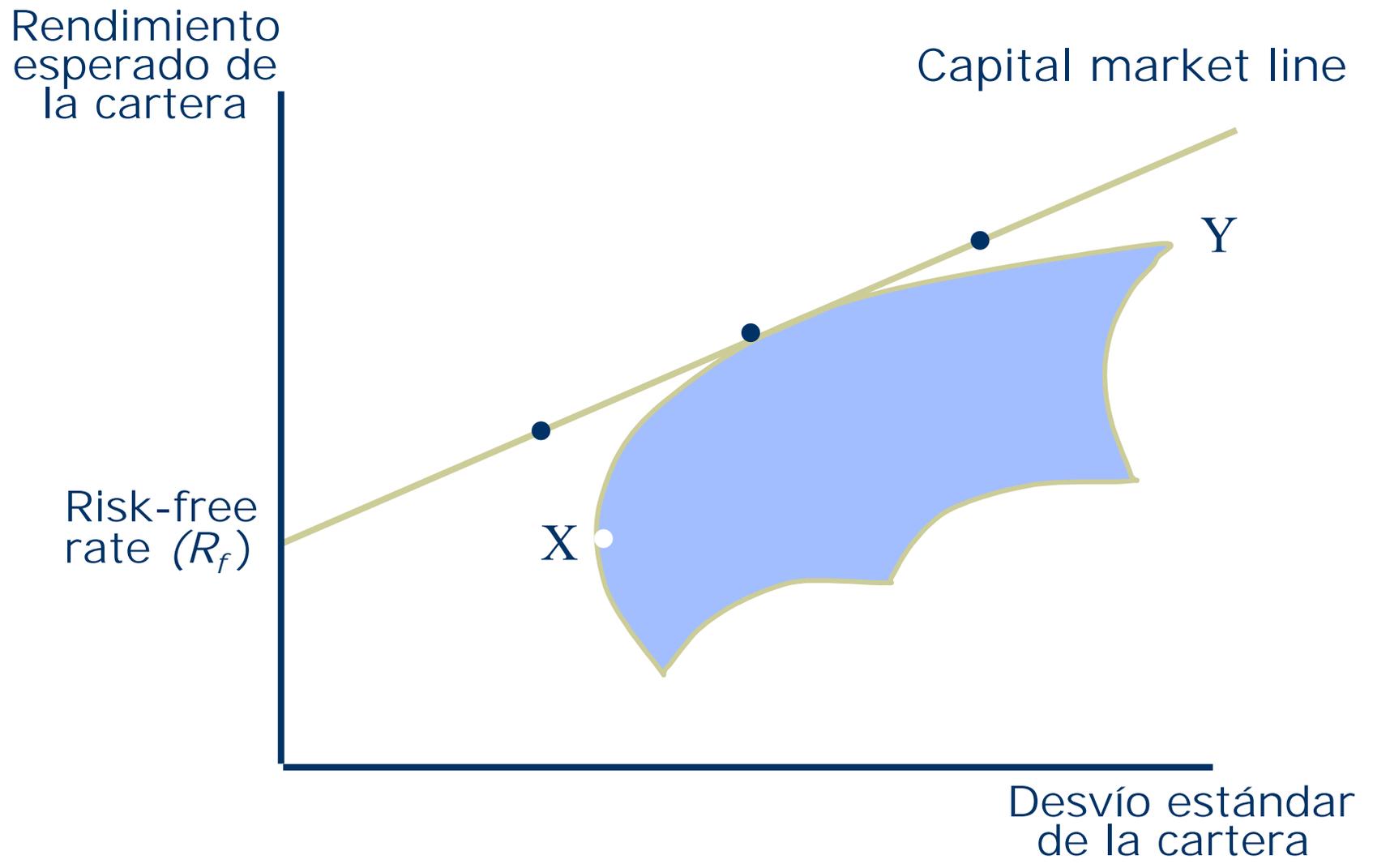
1. Arriesgando más
2. Contando con información que aún no fue descontada por el mercado (*inside information*)



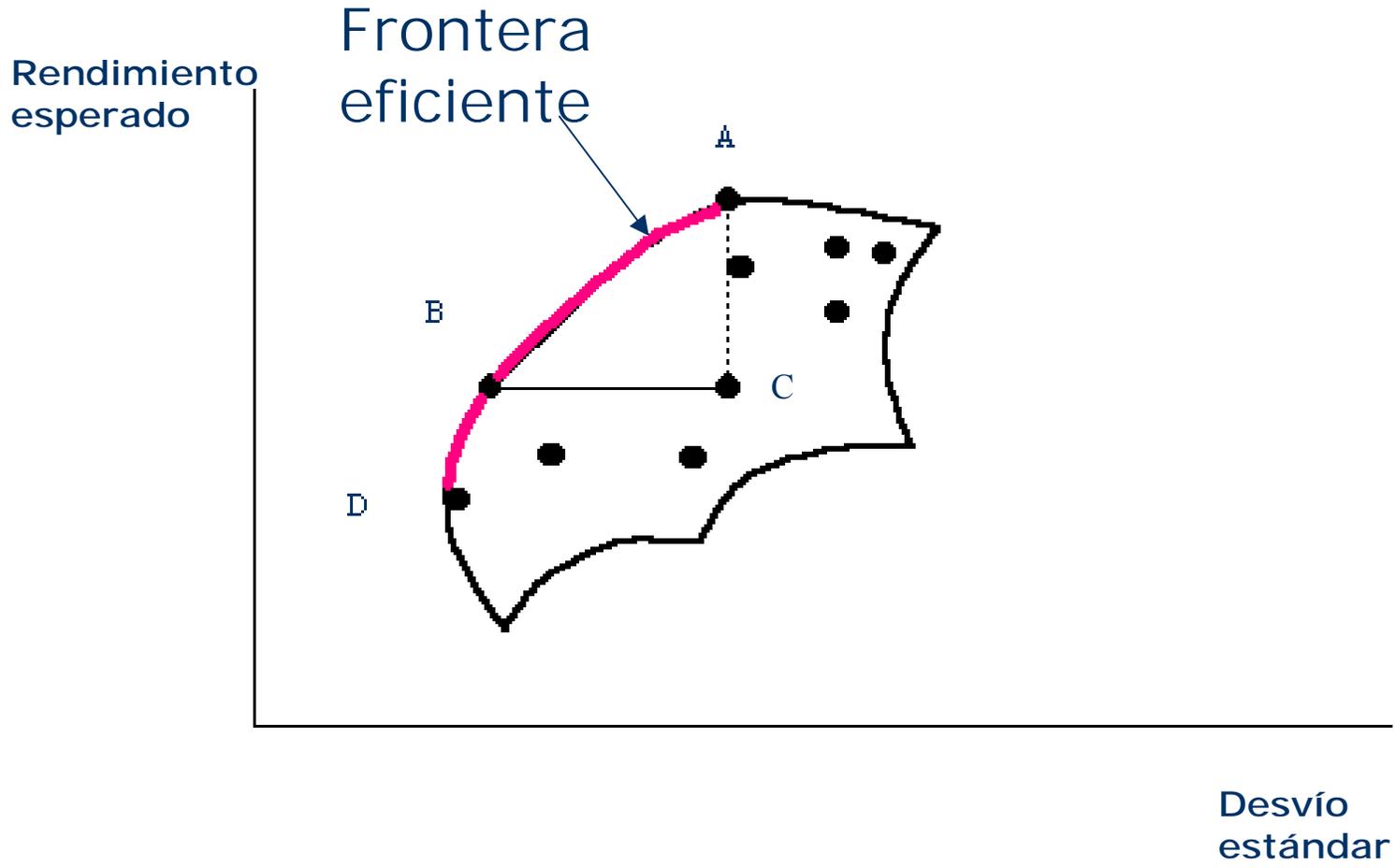
Usted desea aumentar la rentabilidad esperada y reducir el riesgo, por lo tanto, estaría interesado únicamente en aquellas carteras que se encuentran sobre la línea curva.

A estas carteras se las llama "EFICIENTES". Las carteras X e Y son alcanzables; que usted elija la cartera de mínimo riesgo (X) o la cartera de máxima rentabilidad esperada (Y) depende de cuanta **aversión tenga al riesgo**.

Capital market line y cartera eficiente



Frontera eficiente



Teorema de la separación



El teorema de la separación nos dice que la composición del mejor portafolio no depende de la actitud del inversor hacia el riesgo.

Se puede separar el plan de inversión en dos etapas: primero, **seleccionamos la cartera de acciones eficiente M , y luego podemos combinarla prestando dinero o endeudándonos**, extendiendo las combinaciones de riesgo y rendimiento, más allá de la frontera eficiente, de acuerdo con nuestras preferencias individuales de riesgo y rendimiento.

Se separa la actitud del inversor hacia el riesgo de sus posibilidades objetivas de inversión!!

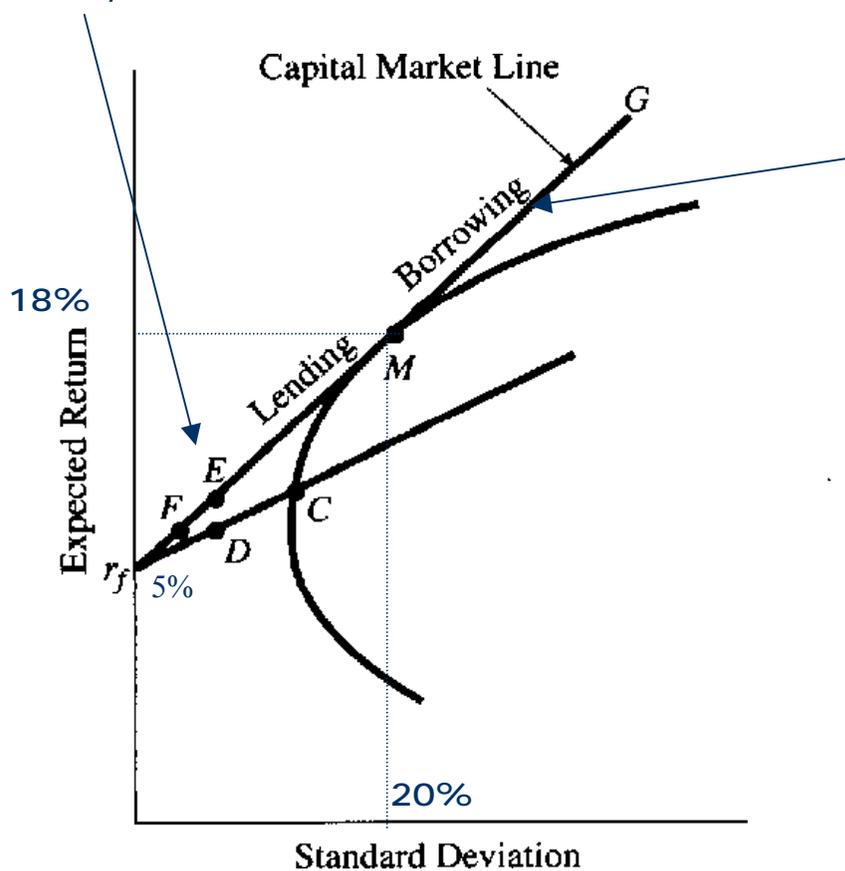
Teorema de la separación



Inversión libre de riesgo y cartera de acciones

$$r(e) = 0,50 \times 0,05 + 0,50 \times 0,18 = 11,5\%$$

$$s = 0,50 \times 0 + 0,50 \times 20 = 10\%$$



Endeudamiento y cartera de acciones

$$r(e) = 2 \times 0,18 - 1 \times 0,05 = 31\%$$

$$s = 2 \times 20 - 1 \times 0 = 40\%$$

Problemas



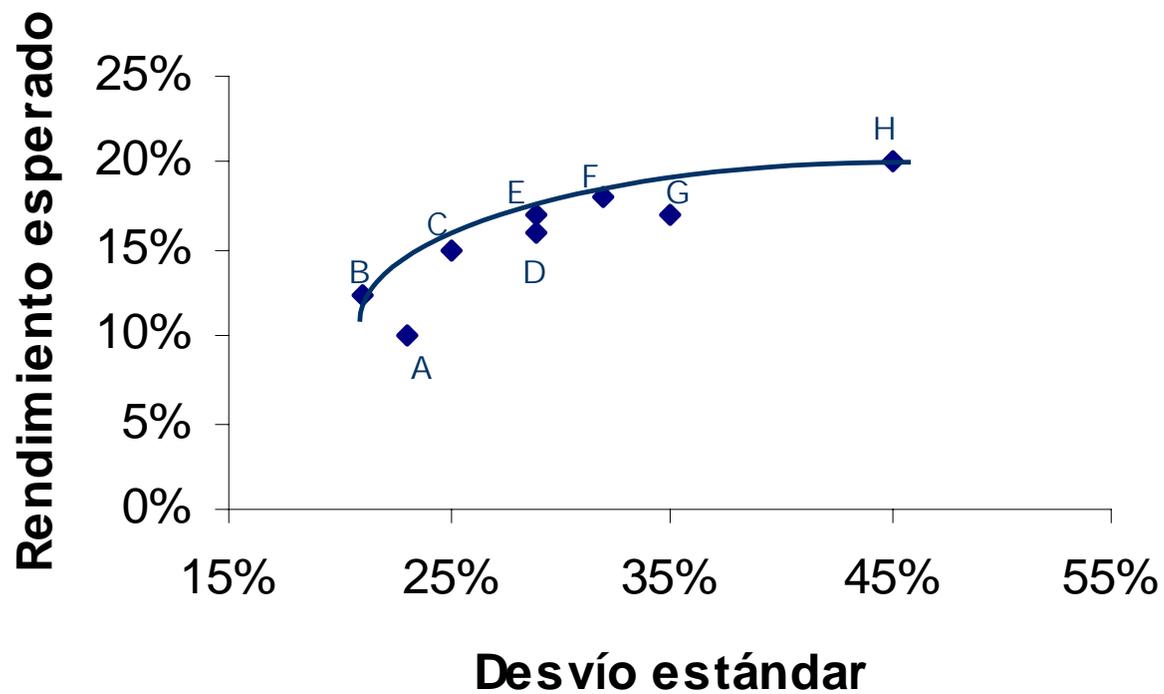
Represente en un gráfico las siguientes carteras arriesgadas:

	Desvío estándar	Rentabilidad esperada
A	23%	10%
B	21%	13%
C	25%	15%
D	29%	16%
E	29%	17%
F	32%	18%
G	35%	17%
H	45%	20%

Luego determine:

- Las cinco carteras eficientes y las tres ineficientes que existen.
- Suponga que Ud. acepta un riesgo del 25 %. ¿Cuál sería la rentabilidad máxima esperada que podría alcanzar sin endeudarse ni prestar?

Respuesta





¿Se pueden aplicar los principios teóricos para diseñar una buena cartera de inversiones?

Ahora vamos a ver:

1. Una **estrategia para armar una cartera**, de acuerdo al rendimiento que esperamos y al riesgo que estamos dispuestos a tomar
2. Definir cuales son las **carteras eficientes**
3. Evaluar los **resultados ex–post** de nuestra estrategia



Está generalmente aceptado que **un *índice* es una referencia que sirve a los inversores para poder evaluar el desempeño de un determinado mercado.**

El índice Merval ha sufrido continuas modificaciones desde su creación producto de circunstancias muy diversas. Estas modificaciones le han restado características de cartera diversificada pero sigue siendo referente en la medida que los inversionistas siguen de cerca su evolución.



El objetivo de este análisis es que el inversor pueda utilizar la información que se detalla en la tabla adjunta para armar carteras en función de cómo cree que el mercado va a evolucionar.

En función de dos variables podrá construir la cartera que mejor se adapte a sus expectativas. Para ello deberá considerar:

- a) estimaciones o creencias sobre el desarrollo de cada uno de los **cuatro principales sectores del Merval**
- b) **perfil de riesgo** que desea tomar en cada uno de dichos sectores

Estrategia de carteras



En función de ambos parámetros podrá elegir la cartera para cada uno de los cuatro sectores del siguiente cuadro:

SECTORES	PERFIL DE RIESGO					
	ALTO		MEDIO		BAJO	
BANCOS	GGAL	100%	GGAL	58,96%	GGAL	
	BSUD		BSUD	31,22%	BSUD	76,06%
	FRAN		FRAN	9,82%	FRAN	23,94%
		100%		100%		100%
SERVICIOS	TECO	100%	TECO	76,06%	TECO	45%
	TGSU		TGSU	23,94%	TGSU	55%
				100%		100%
SIDERURGICA	ACINDAR	100%	ACINDAR	76,23%	ACINDAR	40%
	TENARIS		TENARIS	15,47%	TENARIS	39,05%
	SIDERAR		SIDERAR	8,30%	SIDERAR	20,95%
		100%		100%		100%
ENERGIA	PBE	100%	PBE	100%	PBE	100%

Estrategia de carteras



Por ejemplo:

- Espero que las empresas de servicios tengan un importante recorrido a mediano plazo
- Estimo que las siderúrgicas van a perder terreno por cuestiones macroeconómicas
- Creo que los bancos se van a mantener dentro de los niveles actuales.

En base a estos tres supuestos podría invertir en:

- **Cartera de *mayor rendimiento esperado* en el caso de empresas de servicio**
- **Cartera de *menor riesgo* en el caso de siderurgias**
- **Cartera de *Bancos del MERVAL* en el caso del sector bancos.**

Como vemos disponiendo de alguna información podemos aprovechar las diversas alternativas que nos ofrece el mercado de renta variable argentino.

Composición del Merval por especies



El siguiente cuadro nos muestra la actual composición del índice para el 4to. Trimestre de 2003.

4to. Trimestre de 2003

Orden	Especie	Porcentaje de Participación %
1	GGAL	19.28
2	ACIN	18.37
3	PBE	13.50
4	TECO2	11.01
5	BSUD	10.21
6	COME	6.56
7	INDU	4.01
8	TGSU2	3.77
9	TS	3.60
10	FRAN	3.21
11	MOLI	2.65
12	ERAR	1.98
13	RENO	1.86

Fuente: Freddy Vieytes – Puente Hnos



Clasificamos las acciones del Merval en sectores preestablecidos y en función de ello determinamos la participación de los distintos sectores en el índice. El siguiente cuadro nos muestra la nueva división planteada:

4to trimestre de 2003

Sector	Participación %
BANCOS	32.70
SIDERURGIA	23.95
SERVICIOS	14.78
ENERGIA	13.50
OTROS	6.56
QUIMICAS	4.01
ALIMENTOS	2.65
AUTOMOT.	1.86



Cartera de bancos del Merval

Si un inversor quisiera invertir \$100 en el sector BANCOS de acuerdo a la composición que cada uno de los bancos tiene en el MERVAL debería repartir esos \$100 de la siguiente forma:

Especie	Inversión	Rendimiento Esperado	Riesgo
GGAL	\$58.96	179.31%	54.64%
BSUD	\$31.22	126.73%	38.65%
FRAN	\$9.82	61.37%	48.71%
BANCOS	\$100.00	127.35%	43.54%

A esta cartera la llamamos “**Cartera de Bancos del MERVAL**” y representa la media del mercado con respecto a los BANCOS.

Como aumentar el rendimiento y disminuir el riesgo



¿Cómo podríamos aumentar el rendimiento? ¿Cómo podríamos disminuir el riesgo?

Es evidente que la alternativa para aumentar el rendimiento sería invertir más en GGAL y menos que en las otras dos. Por el contrario si queremos disminuir el riesgo, comprar menos en GGAL y más en las otras dos.

1. Aumentar el rendimiento

Si invirtiéramos los \$100 en GGAL tendríamos lo siguiente.

Especie	Inversión	Rendimiento Esperado	Riesgo
GGAL	\$100.00	179.31%	54.64%
BSUD	\$0.00	-	-
FRAN	\$0.00	-	-
BANCOS	\$100.00	179.31%	54.64%

Hemos aumentado notablemente el rendimiento esperado del 127.35% anual al 179.31% anual pero también hemos pasado de un riesgo del 43.54% a uno mayor del 54.64%.

2. Disminuir el riesgo

Especie	Inversión	Rendimiento Esperado	Riesgo
GGAL	\$0.00	-	-
BSUD	\$76.06	126.73%	38.65%
FRAN	\$23.94	61.37%	48.71%
BANCOS	\$100.00	96.11%	40.03%

Hemos disminuido el riesgo de 43.54% al 40.03% pero también hemos disminuido el rendimiento esperado de 127.35% al 96.11%.

Carteras conservadora, moderada y riesgosa



En resumen si modificamos convenientemente la composición de cada activo podemos armar carteras que prioricen el riesgo o el rendimiento y que se mantengan, por ejemplo, dentro de los siguiente parámetros:

Especie	Bajo	Riesgo Medio (MERVAL)	Alto
GGAL	0.00%	58.96%	100.00%
BSUD	76.06%	31.22%	0.00%
FRAN	23.94%	9.82%	0.00%
	100.00%	100.00%	100.00%

Resumen de estrategias



MODERADA	RENDIM.	RIESGO %	VaR
	ESPERADO %		99%, 5 días c/\$100
BANCOS	127.35	43.54	\$31.82
ENERGIA	56.55	58.71	\$28.71
SERVICIOS	168.60	48.24	\$35.25
SIDERURG.	140.30	26.80	\$19.58

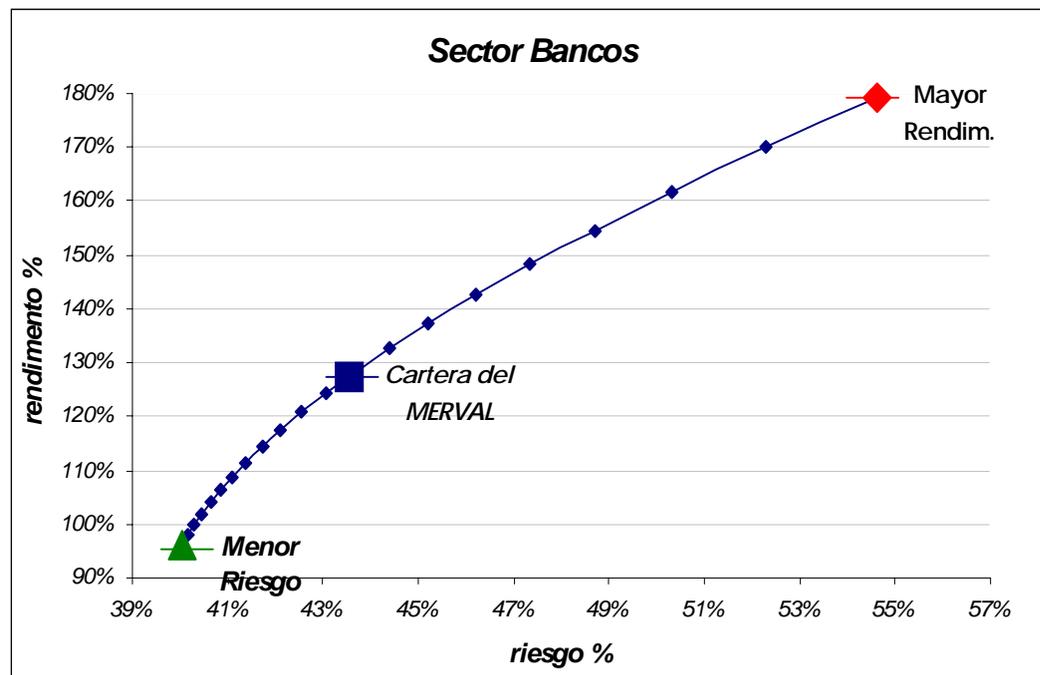
AGRESIVA	RENDIM.	RIESGO %	VaR
	ESPERADO %		99%, 5 días c/\$100
BANCOS	179.31	54.64	\$39.93
ENERGIA	56.55	58.71	\$28.71
SERVICIOS	177.19	50.06	\$36.58
SIDERURG.	241.56	45.90	\$33.54

CONSERVADORA	RENDIM.	RIESGO %	VaR
	ESPERADO %		99%, 5 días c/\$100
BANCOS	96.11	40.03	\$29.25
ENERGIA	56.55	58.71	\$28.71
SERVICIOS	155.00	47.20	\$34.49
SIDERURG.	84.95	22.34	\$16.32

Frontera de rendimiento y riesgo - bancos



	PARTICIP. GGAL	RIESGO	RENDIM. ESPERADO
menor riesgo	0.00%	40.03%	96.11%
	5.00%	40.15%	97.91%
	10.00%	40.29%	99.83%
	15.00%	40.45%	101.86%
	20.00%	40.64%	104.03%
	25.00%	40.85%	106.34%
	30.00%	41.10%	108.82%
	35.00%	41.39%	111.47%
	40.00%	41.72%	114.32%
	45.00%	42.11%	117.39%
	50.00%	42.55%	120.72%
	55.00%	43.07%	124.32%
Cart. Merval	60.00%	43.68%	128.25%
	65.00%	44.39%	132.54%
	70.00%	45.22%	137.24%
	75.00%	46.19%	142.44%
	80.00%	47.34%	148.20%
	85.00%	48.70%	154.62%
	90.00%	50.33%	161.83%
	95.00%	52.28%	169.99%
mayor rendim.	100.00%	54.64%	179.31%

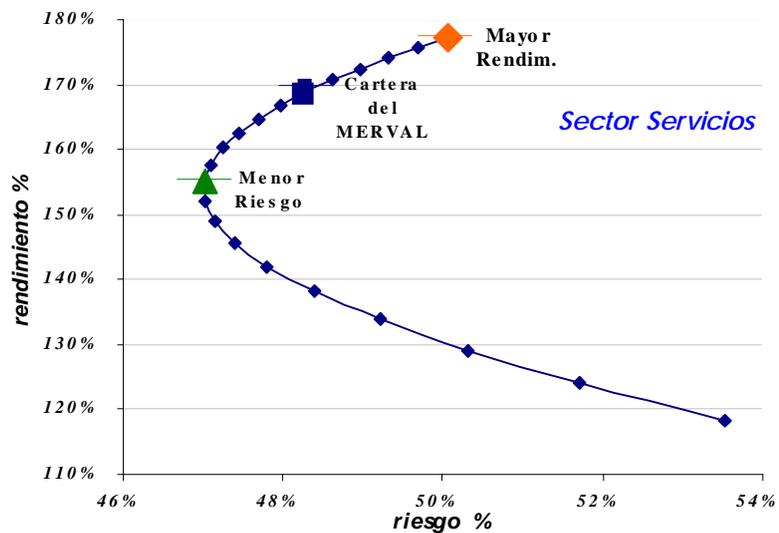


Indice de correlación entre acciones de la cartera			
	Galicia	Francés	Bansud
Galicia	1	0,26	0,67
Francés	0,26	1	0,15
Bansud	0,67	0,15	1

Frontera de rendimiento y riesgo - servicios



	Particip. TELECOM	Riesgo	Rendim. Esperado
	0%	53.517%	118.377%
	5%	51.717%	124.036%
	10%	50.302%	129.165%
	15%	49.211%	133.838%
CARTERAS	20%	48.392%	138.112%
INEFICIENTES	25%	47.800%	142.038%
	30%	47.397%	145.657%
	35%	47.150%	149.004%
	40%	47.033%	152.109%
menor riesgo	45%	47.021%	154.997%
	50%	47.095%	157.691%
	55%	47.239%	160.210%
	60%	47.440%	162.570%
	65%	47.686%	164.786%
	70%	47.968%	166.871%
cart. Merval	75%	48.279%	168.837%
	80%	48.610%	170.692%
	85%	48.959%	172.448%
	90%	49.319%	174.110%
	95%	49.687%	175.687%
mayor rendim.	100%	50.061%	177.185%

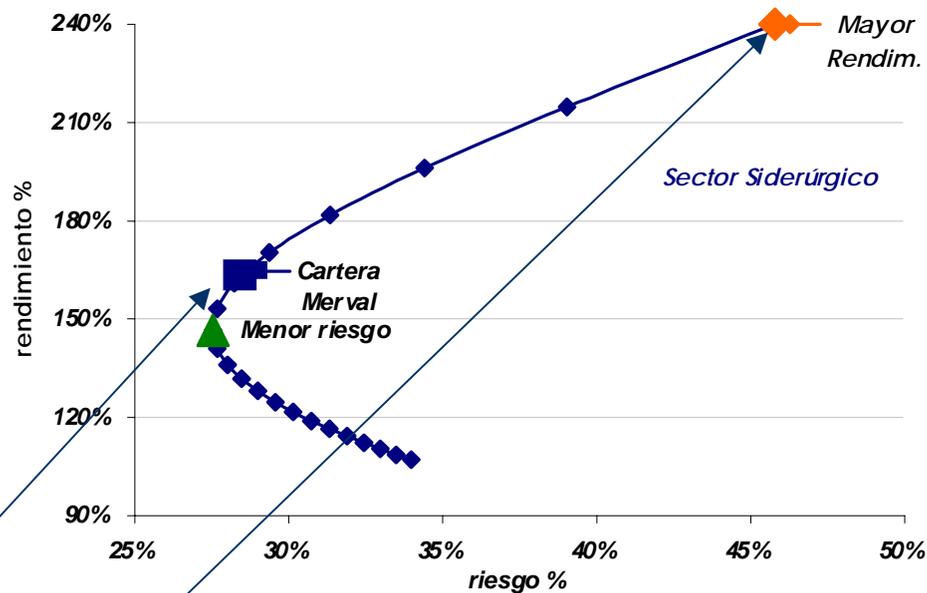


Indice de correlación entre acciones de la cartera		
	Telecom	TGS
Telecom	1	0,27
TGS	0,27	1

Frontera de rendimiento y riesgo - siderurgia



	Particip. ACINDAR	RIESGO	Rendim. Esperado
	0%	33.972%	107.079%
	5%	33.479%	108.670%
	10%	32.966%	110.392%
	15%	32.433%	112.262%
	20%	31.881%	114.301%
	25%	31.312%	116.534%
CARTERAS	30%	30.731%	118.987%
INEFICIENTES	35%	30.143%	121.697%
	40%	29.559%	124.707%
	45%	28.994%	128.068%
	50%	28.468%	131.847%
	55%	28.015%	136.127%
	60%	27.681%	141.017%
menor riesgo	65%	27.535%	146.657%
	70%	27.671%	153.238%
Cart. MERVAL	75%	28.222%	161.018%
	80%	29.364%	170.366%
	85%	31.329%	181.818%
	90%	34.418%	196.196%
	95%	39.037%	214.827%
mayor rendim.	100%	45.784%	240.027%



Auditoría de la estrategia - resultados ex-post



Acción	Precios		Rendimiento esperado	Rendimiento verificado	Riesgo único	Pesos relativos			Resultados ex-post		
	31/10/03	24/03/04				Bajo	Moderado	Alto	Bajo	Moderado	Alto
Galicia	1.76	2.5	179.3%	42.0%	54.6%	0.0%			64%	51%	42%
Bansud	2.1	3.57	126.7%	70.0%	38.7%	76.1%					
Francés	6.2	8.98	61.4%	44.8%	48.7%	23.9%					
Acíndar	2.7	3.53	241.6%	30.7%	45.9%	0.0%	30.0%	100.0%	23%	27%	31%
Tenaris	7.95	9.7	34.9%	22.0%	34.3%	80.0%	40.0%	0.0%			
Siderar	13	16.8	92.5%	29.2%	50.4%	20.0%	30.0%	0.0%			
Telecom	3.9	6.25	177.2%	60.3%	50.1%	45.0%	76.1%	100.0%	67%	63%	60%
TGS	1.91	3.3	118.4%	72.8%	53.5%	55.0%	23.9%	0.0%			
Petrobras	2.67	4.02	40.6%	50.6%	58.7%						
Merval	830	1200		44.6%	31.5%						