Opciones: introducción y elementos básicos

Dr. Guillermo López Dumrauf

Para una lectura detallada ver:

López Dumrauf, Guillermo: *Cálculo Financiero Aplicado, 2da edición (La Ley, 2006)*

La presentación puede encontrarse en:

www.dumraufnet.com.ar

Indice

Opciones clásicas

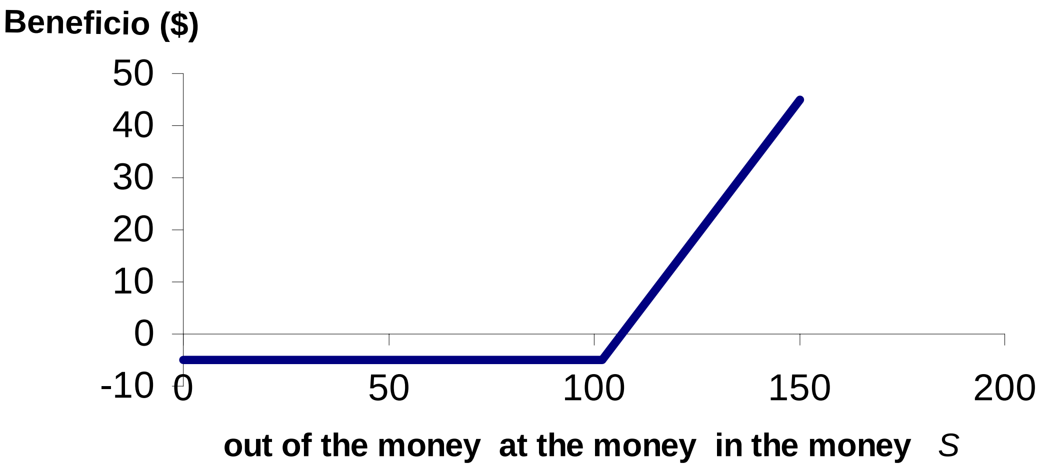
- Opciones de compra
- Opciones de venta
- Factores que afectan el precio de la opción
- Paridad put-call

Métodos de valuación

- Probabilidades neutrales al riesgo
- Replicated Portfolio
- Black & Scholes (introducción)

Resultados del call

Un inversor que compra una opción de compra europea sobre una acción con un plazo T=3 meses; precio de ejercicio E=100; S=90 y el precio del call es c=$5 por acción



Precio de la acción	150	102	90	0
Precio de la opción	5	5	5	5
Precio de ejercicio	100	100	100	100
Resultado neto	45	-3	-5	-5

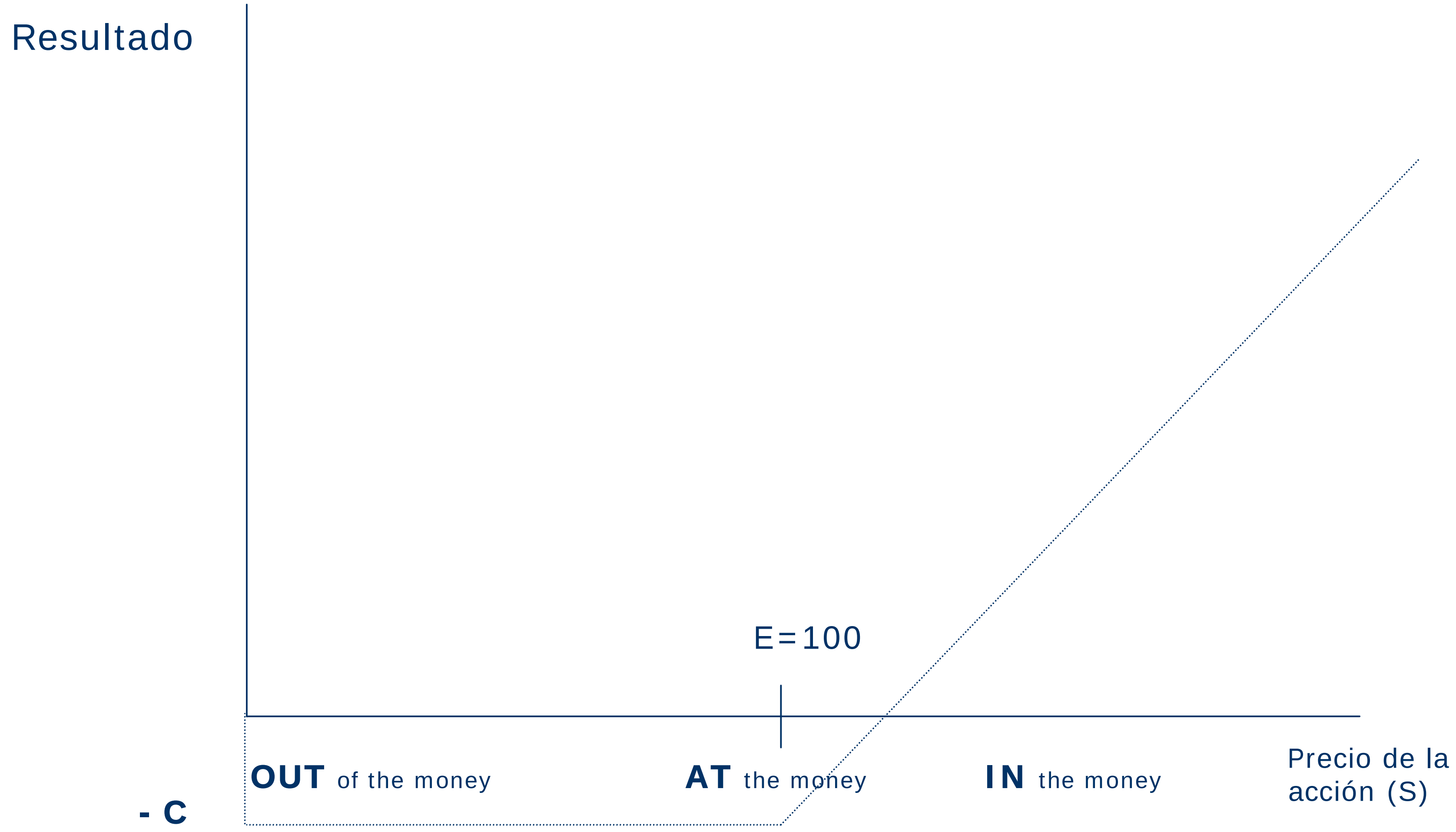
Resultado = Precio de la acción (S) – Precio de ejercicio (E) – Precio de la opción (c)

Resultados del call

- El comprador de la opción **limita las pérdidas al precio de la opción** cuando el precio de la acción queda por debajo del precio de ejercicio (por ejemplo cuando la acción vale $90, la opción no se ejercita, pero sólo se pierde lo que se pago por la opción ($5)
- Cuando la acción supera el precio de ejercicio, aunque no se recupere lo que se pagó por la opción, se estará mejor ejercitándola que sin hacerlo (cuando la acción vale 102 ejercitando se pierden $3, no haciéndolo se pierden $5)
- Por encima de un precio de $105, comienzan los resultados positivos

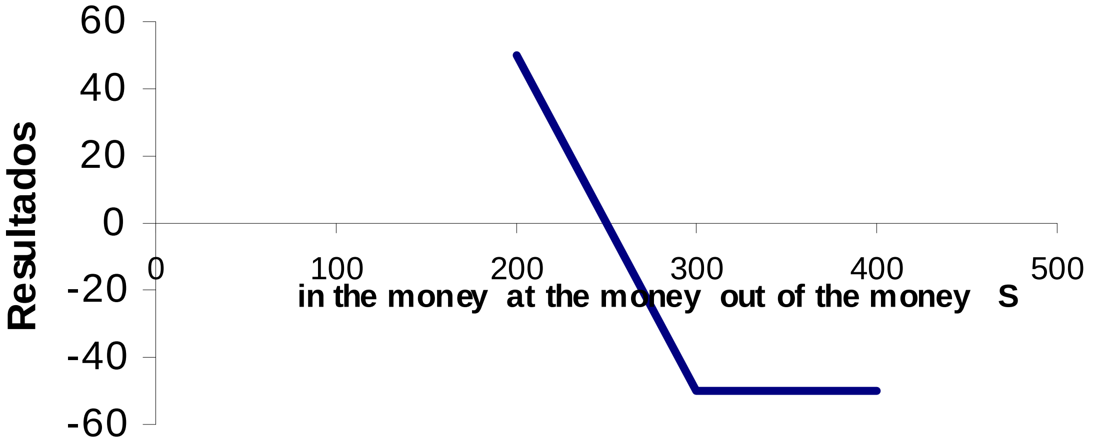
Nota: Los ejemplos suponen que no hay costos de transacción

Posiciones de la opción de compra



Opción de venta

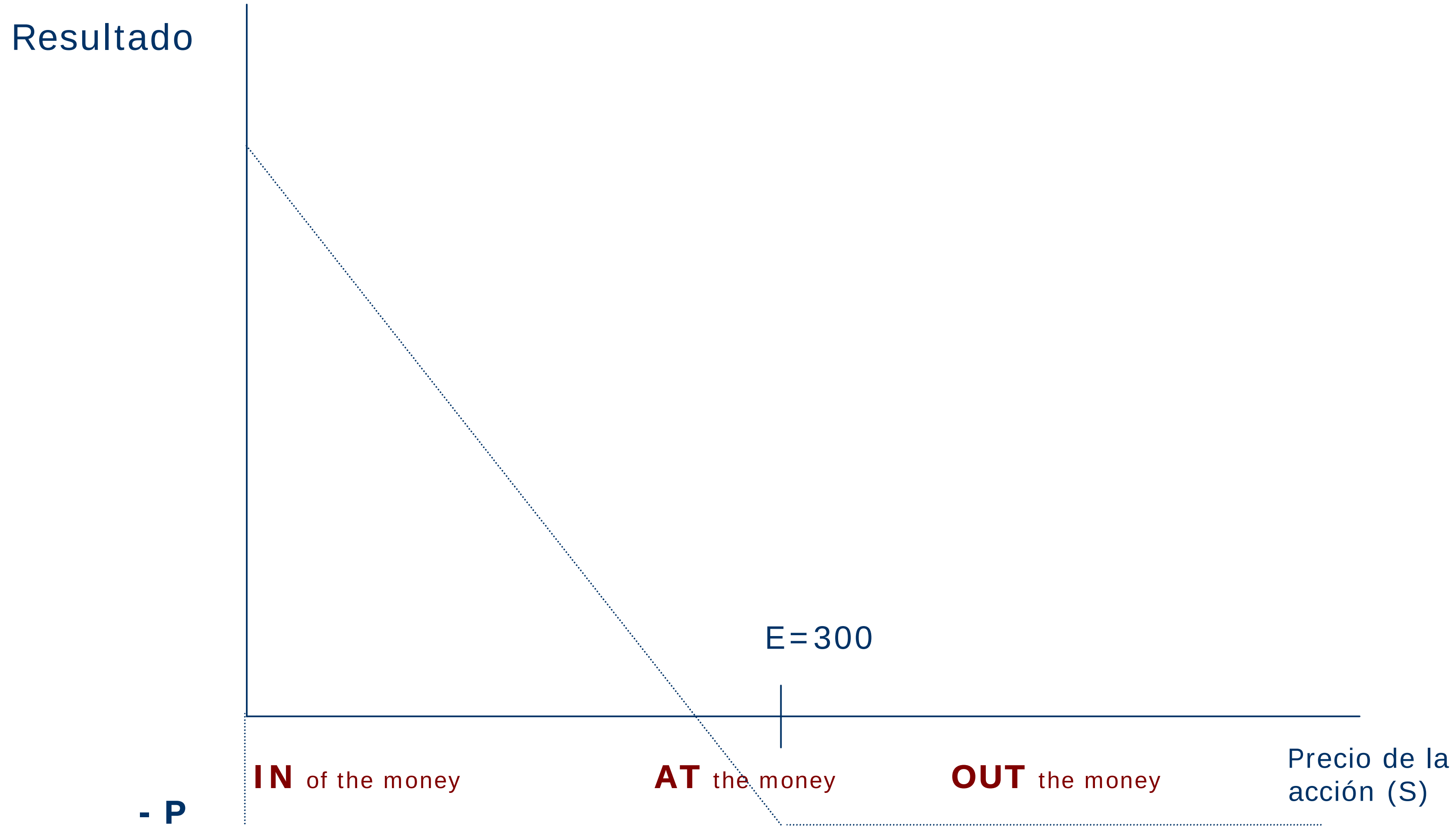
Supongamos que tenemos una opción de venta para vender una acción de la compañía Púrpura a un precio de ejercicio de ejercicio E = 300. El costo de la opción de venta es de $50 por acción.



Resultado= E – S - p

Precio de ejercicio	300	300	300	300
Precio de la acción	100	200	300	400
Precio de la opción	50	50	50	50
Resultado neto	150	50	-50	-50

Opción de venta (posición del comprador)



Resultados

Resultados de la compra de calls y puts

Opción de compra: $[Max(S-E;0) - c]$

Opción de venta: $[Max(E-S;0) - p]$

Las opciones y el valor del tiempo

Cuando la tasa de interés aumenta, el valor presente del precio de ejercicio disminuye y aumenta el valor de la opción de compra pero disminuye el valor de la opción de venta...

$$C \geq S - \frac{E}{(1+rf)^T}$$

$$P \geq \frac{E}{(1+rf)^T} - S$$

Preguntas de auto-evaluación

1. ¿Qué es una opción de compra?
2. ¿Qué es una opción de venta?
3. ¿Qué diferencia existe entre una opción de compra europea y una americana?
4. Cuándo una opción de venta está “out of the money? ¿Cuándo lo está una opción de compra?

Factores que determinan el precio de la opción

Si aumenta	Precio de la opción de compra	Precio de la opción de venta
el precio de la acción	aumenta	disminuye
la tasa de interés	aumenta	disminuye
el tiempo hasta la expiración	aumenta	aumenta
la volatilidad del precio de la acción	**aumenta**	**aumenta**
el precio de ejercicio	disminuye	aumenta
Los dividendos	disminuye	aumenta

Factores que determinan el precio de la opción

En síntesis, el precio de las opciones es una **función de 6 factores**:

$$f(S,E,T,\sigma,rf,D)$$

Donde:

S=precio del activo subyacente (acción)

E=precio de ejercicio

T= tiempo hasta el vencimiento

σ =volatilidad medida por el desvío estándar

rf=rendimiento libre de riesgo

D=dividendos

Las opciones son más riesgosas que las acciones

Compra de acciones			
Precio de mercado	150	102	90
Inversión al momento de compra	98	98	98
Resultado neto	52	4	-8
Opción de compra			
Precio de mercado	150	102	90
Prima del call	5	5	5
Precio de ejercicio	100	100	100
Resultado neto	45	-3	-5
Rendimiento en acciones	***53%***	***4%***	***-8%***
Rendimiento en opciones	***800%***	***-40%***	***-100%***

52/98

45/5-1

Preguntas de auto-evaluación

1. ¿Por qué cuando aumenta la volatilidad aumenta el valor de la opción?
2. ¿Por qué se dice que los rendimientos de una opción son más volátiles que los de la acción subyacente?
3. ¿Por qué cuando aumentan los dividendos se reduce el valor de la opción de compra y aumenta el de la opción de venta?

Ejercicio de la opción de compra antes del vencimiento

Nunca conviene ejercer antes del vencimiento una opción de compra **(que no paga dividendos)**, por los siguientes motivos:

- El valor tiempo del dinero

- Si se pensaba mantener la acción durante la vida del contrato, y luego baja de precio, nos felicitaremos por no haber ejercido la opción

- Si está pensando en ejercer la opción y vender inmediatamente la acción, **vender la opción es una mejor alternativa** (genera un ingreso de efectivo mayor)

Ejercicio de la opción de compra antes del vencimiento

Si una opción de compra a 90 días sobre una acción de Molinos tiene un precio de ejercicio E=90 y antes del vencimiento Molinos cotiza a S=100, no conviene ejercerla ya que se obtendría más dinero vendiendo directamente la opción, que **en el mercado debería tener un valor igual al precio de la acción menos el valor presente del precio de ejercicio** (la tasa de interés libre de riesgo es del 1% trimestral):

$$C = S - \frac{E}{(1{,}01)} = 100 - \frac{90}{(1{,}01)} = \mathbf{10{,}89}$$

Ejerciendo la opción inmediatamente, se obtendrían \$10; vendiendo la opción \$10,89

Ejercicio de la opción de venta antes del vencimiento

A la inversa de lo que ocurría con las opciones de compra, **puede ser ventajoso ejercer una opción de venta sobre acciones que no distribuyen dividendos antes del vencimiento**.

Ejemplo: suponga que el precio de ejercicio es de 100 y el precio de las acciones es 80; **ejerciendo inmediatamente, un inversor obtiene un beneficio inmediato de 20 pesos**. Por el principio del valor tiempo del dinero, sabemos que recibir 20 pesos ahora es mejor que recibirlos en el futuro, cuando vence la opción. En general, el ejercicio de la opción de venta será más atractivo cuando S disminuye y menos atractivo si aumenta la tasa de interés (ya que disminuye el valor presente del precio de ejercicio que voy a recibir en el futuro cuando ejerza la opción)

Ejercicio de la opción de venta antes del vencimiento

El valor tiempo del dinero nos explica que como puede ser conveniente ejercitar una opción de venta americana antes del vencimiento, ésta tendrá siempre un valor superior a su correspondiente opción de venta europea ($P > p$)

$$P > \frac{E}{(1+rf)^T} - S$$

Preguntas de auto-evaluación

1. Identifique el tipo de opción y los cinco factores que afectan su valor, implícito en un contrato de alquiler con opción a compra

2. ¿Por qué el valor tanto de un put como de un call sube cuando aumenta la volatilidad del activo subyacente?

3. ¿Por qué no conviene ejercer una opción de compra antes del vencimiento si la acción no paga dividendos? ¿Por qué puede convenir en ese caso ejercer una opción de venta?

Paridad put-call

$$c + E/(1+rf) = p + S$$

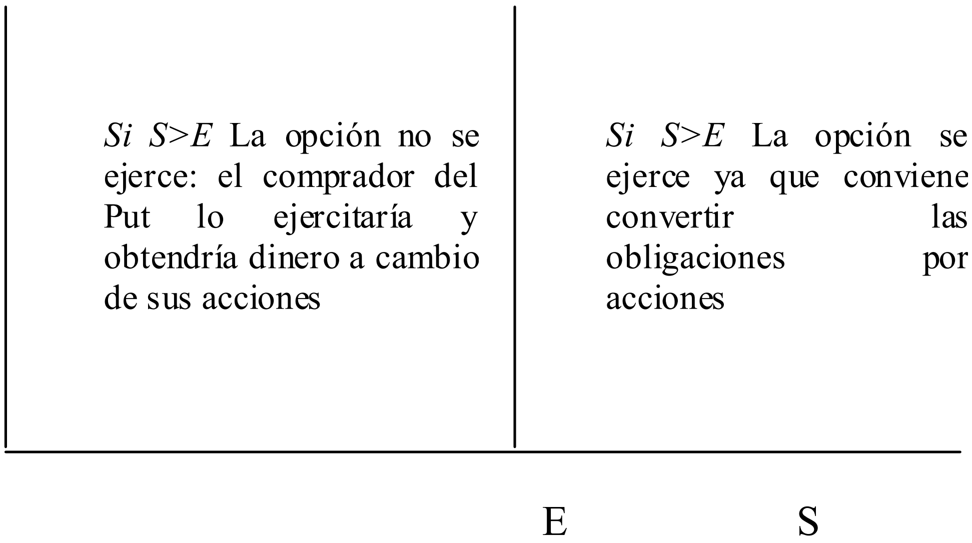
Si esta relación es cierta, entonces un Put puede ser visto como un Call más el precio de ejercicio menos el precio corriente del activo:

$$c + E/(1+rf) - S = p$$

y el Call como un Put más el precio corriente del activo menos el precio de ejercicio:

$$c = p + S - E/(1+rf)$$

Paridad put-call



El comprador de un call *entrega hoy* la prima de la opción del call (*c*) + el valor presente del precio de ejercicio (*E*). El comprador de un Put *entrega hoy* la prima del Put (p) + el valor corriente del activo (*S*)

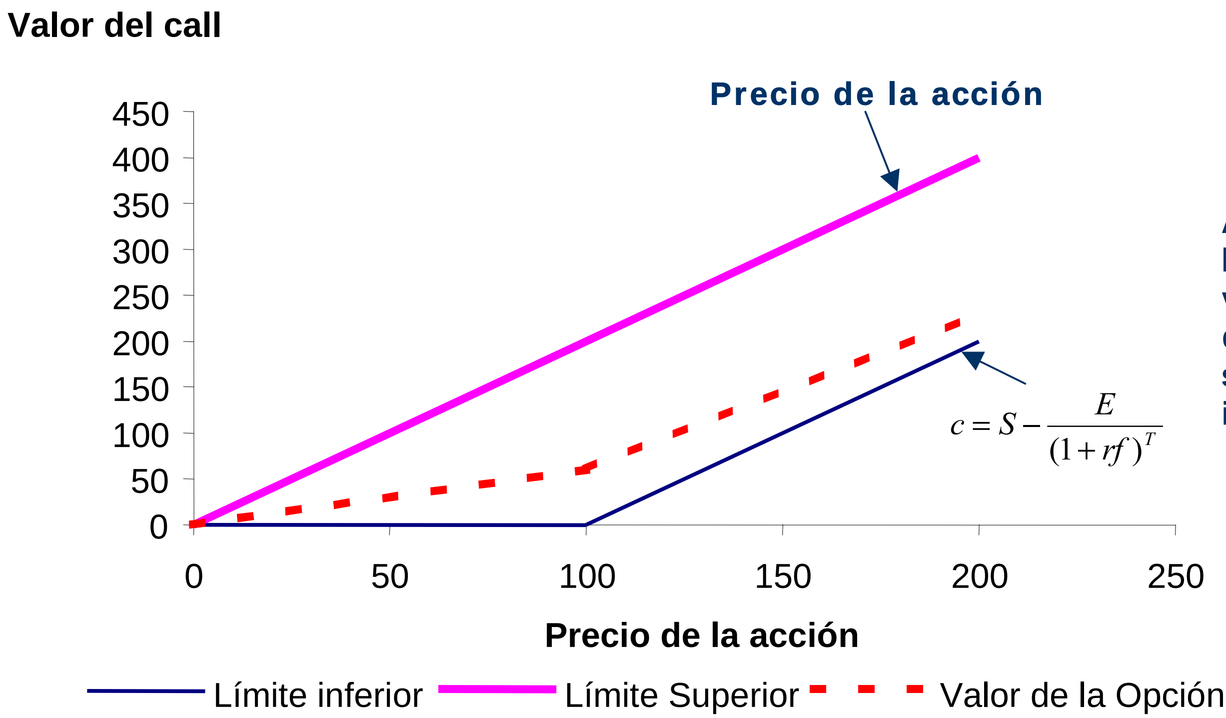
Al vencimiento pude ocurrir alguna de estas dos situaciones:

a) que el precio de la acción sea mayor al precio de ejercicio: ambos inversores terminan poseyendo el activo (el poseedor del call lo ejercitará y el comprador del put no, por lo tanto ambos acabarán poseyendo la acción)
b) que el precio de la acción sea menor al precio de ejercicio: ambos inversores acaban sin la acción, pues el poseedor del call no ejercitará la opción y el poseedor del put si lo hará, vendiendo la acción.

Preguntas de auto-evaluación

1. ¿Por qué una opción de compra europea vale tanto como su correspondiente americana?
2. ¿Por qué una opción de venta americana vale en general, más que su correspondiente europea?
3. ¿Qué establece la paridad put-call y para qué sirve?

Valor de la opción de compra



Antes del vencimiento, la opción nunca puede valer <u>menos</u> que el dinero que se recibiría si fuese ejercida inmediatamente

Valor de la opción de compra - Límites

- **Cuando el precio de la acción aumenta**: *el precio de la opción se acerca a S-E y mayor es la probabilidad de que la opción sea ejercitada.* Esto se muestra por la distancia entre la línea punteada y el límite inferior.

- **Cuando S es exactamente igual al precio de ejercicio**: la opción no tendría ningún valor si fuese ejercitada hoy, pero si la misma vence dentro de tres meses, hay una probabilidad de 50 / 50 de que el precio sea mayor o menor que el precio de ejercicio, respectivamente.

Entonces, si tenemos alguna probabilidad de obtener una ganancia y si en el peor de los casos el resultado es cero, la opción debe tener algún valor. Por lo tanto, el precio de la opción necesariamente debe ser mayor a su límite inferior mientras quede tiempo hasta el vencimiento. **Este es el premio que el comprador de la opción paga por mantener el control por el tiempo que resta hasta el vencimiento de la opción.**

Varianza y desvío estándar

En option pricing, todas las medidas son expresadas en años (tasa de interés, varianza, desvío estándar)

Si queremos calcularlas en otro período de tiempo (ya que los contratos de opciones son por períodos menores al año) debemos tener en cuenta que la varianza anual es igual a:

varianza anual= $\sigma^2 T$

Por lo tanto el desvío estándar es $\sigma\sqrt{T}$

Si queremos calcular el desvío estándar para un período inferior al año entonces es $\sigma\sqrt{\Delta t}$

Ejercicios

1. La columna adjunta contiene los rendimientos de Acindar para 30 ruedas entre el 3-12-02 y el 20-01-03

Calcule la varianza diaria, estime la varianza anual y calcule el desvío estándar para un período de tres meses

Usted debería poder chequear con Excel que:

Varianza diaria	0,00105635	
Varianza anual	0,26619901	$\sigma^2 T$
Desvío std anual	51,59%	$\sigma\sqrt{T}$
Desvío std 30 ruedas	17,80%	$\sigma\sqrt{\Delta t}$
Desvío std diario x $\sqrt{30}$	17,80%	

Acindar
2,89%
-2,81%
5,00%
-0,53%
-4,26%
-1,11%
-6,18%
-0,60%
1,33%
-2,50%
1,71%
0,72%
4,76%
2,84%
-6,08%
-0,59%
-0,59%
-3,57%
6,17%
4,07%
1,68%
2,75%
-0,53%
-5,38%
1,14%
1,69%
-1,10%
-0,56%
-3,82%
-0,70%

Valor de una opción de compra

No importa cuál modelo utilicemos para valuar la opción, los inputs son los mismos: S, E,σ,T,rf, Div)

Podemos transformar la volatilidad continua (observada a partir de los rendimientos para cierta cantidad de ruedas) **en coeficientes simétricos de alza y baja** (discretos) que luego utilizamos para construir el árbol binomial

Los rendimientos de una acción tienen una volatilidad anual σ=36,46% y queremos valuar una opción de compra para un plazo de 3 meses. En ese caso,

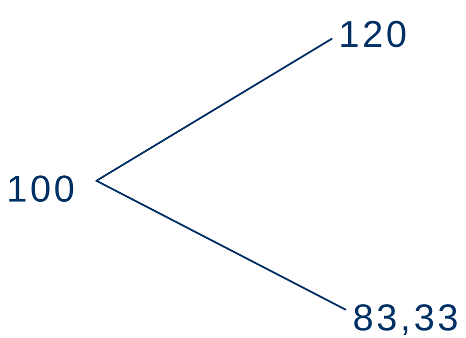
$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta T}} \qquad u = e^{0,3646\sqrt{0,25\ x\ 1}} = 1,20$$

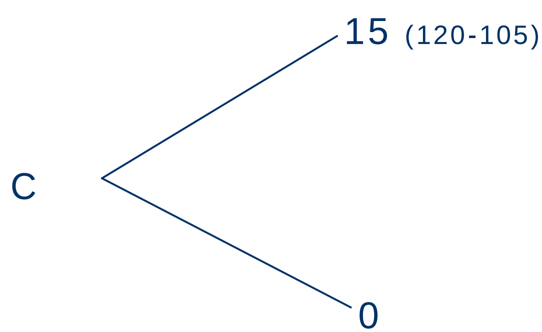
$$d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma\sqrt{\delta T}} \qquad d = \frac{1}{1,2} = 0,8333$$

Método binomial para la valuación de opciones

Si una acción tiene una volatilidad anual σ=36,46% puede pensarse que en los próximos 3 meses puede subir un 20% o disminuir un 16,66%.

El precio de ejercicio es E=105 y rf=6% anual (tasa libre de riesgo)





Como se replica una cartera libre de riesgo

Se puede replicar una cartera libre de riesgo combinando cierta cantidad de acciones Δ y la *venta* de una opción de compra (posición corta en una opción de compra). Esto es así ya que el flujo de fondos que proporcionará dicha cartera (en función de la trayectoria de precios posibles) será el mismo tanto si el precio de la acción sube hasta $ 120 como si baja a $ 90. **De esta manera, no habrá incertidumbre sobre el valor de la cartera al final de los tres meses. A esta combinación se la denomina "*delta de la opción*".**

Como se replica una cartera libre de riesgo

La cartera tiene riesgo cero si el valor de Δ se elige de forma que el valor final de la cartera sea el mismo para ambos precios posibles:

Δ 120 – 15 = Δ 83,33 - 0

Δ 36,67 = 15

Δ = 0,409

Es fácil comprobar que *120x0,409–15=83,33x0,409=34,08*

La cartera descripta es considerada libre de riesgo pues nos asegura el mismo retorno al vencimiento:

Si el precio de las acciones sube a $120, el valor de la cartera sería: 120 x 0,409 – 15 = 34,08

Si el precio de las acciones desciende hasta $90, el valor de la cartera sería: 83,33 x 0,409 = 34,08

Valor de la opción

Ya sea que el precio de las acciones suba o baje, el valor de la cartera siempre es de $34,08 al final de los 3 meses. **Las carteras libres de riesgo deben ganar el tipo de interés libre de riesgo.** Como la tasa anual libre de riesgo es del 6%, debemos proporcionarla al trimestre (0,06/4=0,015)

$$\frac{34{,}08}{(1+0{,}015)} = 33{,}57$$

Para calcular el precio de la opción *(c)* tenemos en cuenta que el precio de las acciones hoy es de 100, por lo tanto tendremos que desembolsar $40,9 para comprar la cartera (100x0,409) menos lo que cobramos por la prima de la opción:

100 x 0,409 – c = 33,57

40,9 – c = 33,57

c = 7,33

Valor de la opción

La opción debe valer exactamente $7,33; caso contrario habría posibilidad de arbitraje:

1. Si vale más de 7,33 la cartera entregaría un rendimiento mayor al libre de riesgo
2. Si vale menos, la venta de la cartera proporcionaría un préstamo a una tasa inferior a la libre de riesgo

*40,9 – **8** = 32,9 Si C=8, podría comprarse la cartera por 32,9 y recibir 34,08 al final de los 3 meses*

*40,9 – **7** = 33,9 Si C=7, podría venderse la cartera hoy por 33,9 y al final de los 3 meses recomprarla por 34,08 (y así obtener un préstamo a una tasa inferior a la libre de riesgo!!!)*

La fórmula de las probabilidades neutras para valuar la opción

$$c = \frac{cu.p + cd.(1-p)}{(1+rf)}$$

Donde *u* representa el coeficiente de ascenso (u=1,20) y *d* el coeficiente de descenso (d=0,833). A partir de la fórmula anterior resulta fácil despejar las probabilidades de ascenso *p* y de descenso *(1-p):*

c.(1+rf) = cu.p + cd – cd.p

c.[(1+rf) – d] = cp.(u-d)

$$p = \frac{(1+rf)-d}{u-d} = \frac{1{,}015 - 0{,}833}{1{,}20 - 0{,}833} = 0{,}495$$ y 1-p=0,505

Finalmente, reemplazando los valores de *p* y *1-p* en la fórmula de las probabilidades neutras ponderadas obtenemos el mismo valor de la opción de compra que obtuvimos antes razonando explícitamente la composición de una cartera libre de riesgo:

$$c = \frac{cu.p + cd.(1-p)}{(1+rf)} = \frac{15\ x\ 0{,}495 + 0\ x\ 0{,}505}{(1{,}015)} = 7{,}32$$

demostrando que el supuesto de la imposibilidad de arbitraje y el abordaje neutral al riesgo dan el mismo resultado.

Rendimiento de la cartera libre de riesgo

Note que los valores posibles de la cartera al vencimiento, ponderados por su probabilidad de alza y baja nos deberían dar al cabo de los tres meses el mismo monto que si hubiéramos colocado $100 a la tasa libre de riesgo:

$$120\,p + 83{,}33\,(1-p) = 100\,(1{,}015)$$

$$120 \times 0{,}495 + 83{,}33 \times 0{,}505 = 101{,}5$$

La fórmula de las probabilidades neutras ponderadas no son probabilidades objetivas de alza o de baja en el precio de las acciones. Esto es, no son las probabilidades objetivas en términos de sucesos favorables sobre casos posibles. **La razón es que estamos valuando la opción en función del precio que tendrán las acciones subyacentes, y las probabilidades de los futuros movimientos ya están incorporadas en el precio**

Replicated portfolio

Se basa en crear un **portafolio compuesto por Δ acciones y B bonos libres de riesgo que reproduzca los retornos que de la opción** tanto en la situación de alza como de baja:

$\Delta\ 120 + B(1+rf) = 15$

$\underline{\Delta\ 83{,}33 + B(1+rf) = 0}$

$\Delta\ 36{,}67 + 0 = 15$

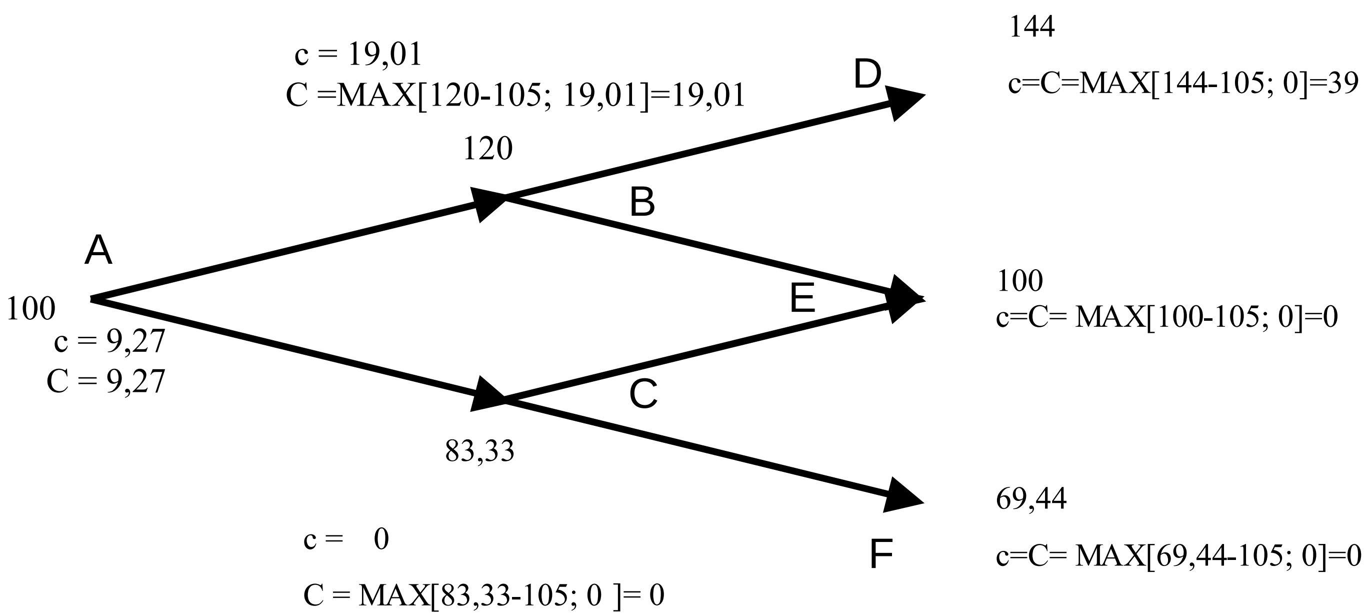
$\Delta = 0{,}409 \qquad B = -33{,}57$

Y la cartera está compuesta por 0,409 acciones y $33,57 que se tomaron prestados a la tasa rf:

0,409 x 100 – 33,57 = **7,33**

El árbol binomial con dos pasos

S=100 ; E= 105; u=20%; d=-16,66% (el precio de la opción según sea americana o europea es el número de abajo). rf= 1,5% trimestral y cada período es de tres meses.



El valor en cada nodo, cuando retrocedemos en el árbol, es el máximo entre el que resulta del ejercicio inmediato de la opción y el que resulta de la fórmula de las probabilidades neutrales al riesgo.

Valor de la opción de compra en dos pasos

Nodo B

$$P=\frac{p\ x\ cu+(1-p)\ x\ cd}{(1+rf)}=\frac{0{,}495\ x\ 39+0{,}505\ x\ 0}{1{,}015}=19{,}01$$

Nodo C

$$P=\frac{p\ x\ cu+(1-p)\ x\ cd}{(1+rf)}=\frac{0{,}495\ x\ 0+0{,}505\ x\ 0}{1{,}015}=0$$

Finalmente, volvemos a retroceder en el árbol y obtenemos el valor de la opción en el nodo A:

Nodo A:

$$P=\frac{p\ x\ cu+(1-p)\ x\ cd}{(1+rf)}=\frac{0{,}495\ \text{x}\ 19{,}01+0{,}505\ x\ 0}{1{,}015}=9{,}27$$

Control con el método del portafolio replicado:

<u>Nodo B:</u>

Δ 144 + B(1+rf) = 39

<u>Δ 100 + B(1+rf) = 0</u>

Δ 44 + 0 = 39

Δ = 0,886 B = - 87,326

0,886 x 120 – 87,326 = **19,01**

<u>Nodo A:</u>

Δ 120 + B(1+rf) = 19

<u>Δ 83,3 + B(1+rf) = 0</u>

Δ 36,6 + 0 = 19

Δ = 0,518 B = - 42,538

0,518 x 100 – 42,538 = **9,27**

Preguntas de auto-evaluación

1. ¿Cómo transformamos la volatilidad continua en factores de alza y baja para usar el método binomial?
2. ¿Qué es el “delta” de una opción sobre acciones?
3. ¿Por qué se dice que las probabilidades neutrales no son probabilides reales?

Problemas

1. En el ejercicio anterior, ¿por qué aumento el valor de la opción cuando consideramos más de un período?
2. Calcule la delta en los nodos B y C. ¿A qué se debe el cambio en delta?
3. ¿Por qué no conviene el ejercicio anticipado de la opción de compra? ¿Sería lo mismo si al final del primer año el activo subyacente hubiera pagado un dividendo de $ 10?

Problemas

Resuelva los siguientes problemas con el método binomial:

1. El precio de las acciones de Frutas del Sur actualmente es de \$10.- Los analistas del mercado de valores estiman un incremento dentro de 6 meses en u=1,5 o bien d=1/u. La tasa de interés libre de riesgo es del 5% anual. ¿Cuál es el valor de una opción europea de compra a seis meses con un precio de ejercicio de \$9? Asuma que no existe posibilidad de arbitraje.
2. El precio de unas acciones actualmente es de \$100. Durante cada uno de los dos próximos períodos de tres meses se espera que suba en u=1,08 o que baje en d=1/u. La tasa de interés libre de riesgo es del 5% anual. ¿Cuál es el valor de una opción europea de compra a seis meses con un precio de ejercicio de \$101? Asuma que no existe posibilidad de arbitraje.

Problemas

3. Para el caso del problema anterior ¿cuál es el valor de una opción europea de venta con un precio de ejercicio de $101? Adicionalmente verifique que los precios de las opciones de compra y venta satisfagan la paridad put-call

4. El precio de las acciones de Tiendas Americanas actualmente es de $50. Durante cada uno de los dos próximos períodos de tres meses se espera que suba en u=1,10 o que baje en d=1/u. La tasa de interés libre de riesgo es del 5% anual.

a) ¿Cuál es el valor de una opción europea de venta a seis meses con un precio de ejercicio de $52?

b) ¿Cuál es el valor de una opción americana de venta a seis meses con un precio de ejercicio de $52?

c) ¿Cuál es el valor de una opción americana de compra a seis meses con un precio de ejercicio de $50? Adicionalmente calcule el delta para cada uno de los períodos de tres meses y realice una interpretación de su cambio.

Problemas

Para los siguientes problemas utilice la metodología del abordaje neutral al riesgo y realice un control con el método del portafolio replicado

1. Utilizando árboles binomiales simples, calcule el valor de una opción de abandono con las siguientes características: Valor corriente del activo subyacente=100 Valor de abandono=80 u= 1,5 ; d=1/u ; Tasa libre de riesgo = 5% ; Plazo de vencimiento = 2 años (un período por año)

2. Utilizando árboles binomiales simples, calcule el valor de una opción de compra con las siguientes características: Valor corriente del activo subyacente = 75; Precio de ejercicio de la opción = 100; Precio de ejercicio de la opción al final del período 2 = 175; u = 1,9 d=1/u; Tasa libre de riesgo = 5%; Plazo de vencimiento = 2 años (un período por año)

Breve introducción a Black & Scholes: la fórmula que gano el premio Nobel

A comienzos de los 70, todavía no existía un método aceptable para valuar los contratos de opciones, lo cuál limitaba el desarrollo de este mercado. Tres jóvenes Ph.D's (doctores) Fischer Black, Robert Merton y Myron Scholes, trabajaron en un método de valoración a principios de la década del 70...

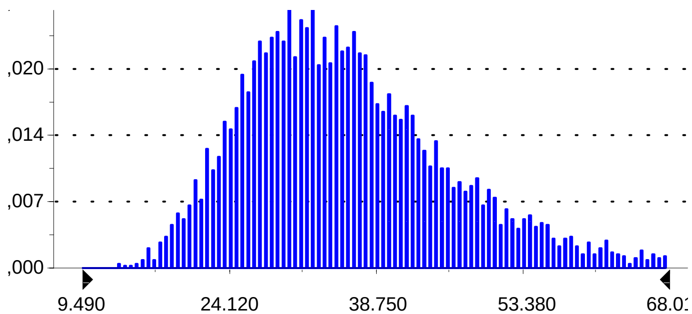
En 1973, **Fischer Black y Myron Scholes** obtenían una **fórmula cerrada para la valuación de opciones europeas que no distribuyen dividendos,** realizando una de las contribuciones científicas más importantes a la teoría de las finanzas

Robert Merton completó el andamiaje teórico proveyendo el **argumento de imposibilidad de arbitraje** y generalizó la fórmula en importantes direcciones

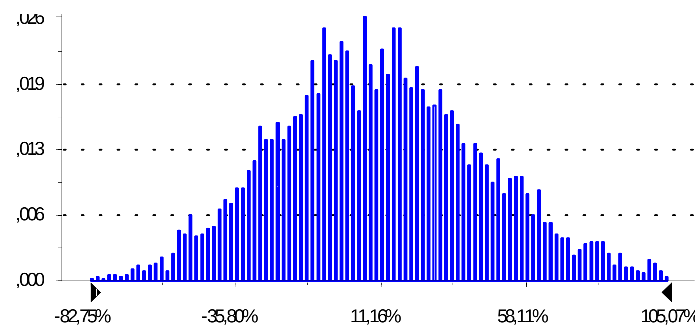
En 1997, Myron Scholes y Robert Merton recibieron el Premio Nobel por sus trabajos

Black & Scholes

Una variable distribuida lognormalmente sólo puede tomar valores positivos (el caso del precio de las acciones). Como las acciones no pueden tener valor negativo (por el principio de la responsabilidad limitada) su precio en el futuro sigue lo que se conoce como una distribución *lognormal*



El supuesto subyacente al modelo de Black-Scholes es que el precio de las acciones sigue un recorrido aleatorio (movimiento browniano geométrico). Esto significa que *los cambios proporcionales en los precios de las acciones (rendimientos) en un corto período de tiempo se distribuyen normalmente*



Supuestos del modelo Black-Scholes

1. El precio del activo sigue una distribución normal logarítmica con media (μ) y sigma (σ) constantes
2. El valor de los rendimientos es conocido y proporcional al paso del tiempo
3. La negociación de los activos financieros es continua
4. No hay impuestos ni costos de transacción. Todos los activos son perfectamente divisibles
5. La tasa de interés libre de riesgo es constante (supone una estructura temporal plana)
6. Los inversores pueden prestar y endeudarse a la tasa libre de riesgo
7. El activo no paga dividendos durante la vida de la opción
8. Las opciones son de tipo europeo

Black & Scholes

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d2)$$

$$p = Ee^{-rf\,T} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

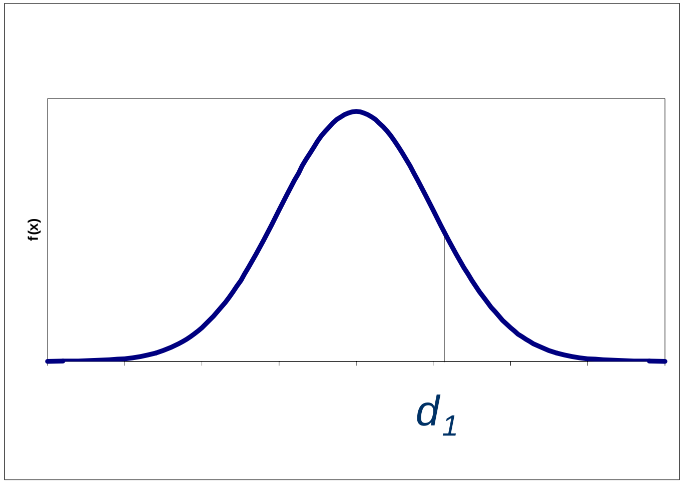
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + r_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$$

Mostraremos luego esto con mayor detalle!!!

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

S=precio de la acción; E=precio de ejercicio; rf=tasa libre de riesgo; T=plazo hasta el vencimiento

La función N(*d*) es la función de distribución de probabilidad para una variable normal estandarizada. Entonces, N(d) es la probabilidad de que una variable aleatoria con una distribución normal estándar N(0,1) sea menor que *d*, como se muestra en la figura



Aplicación real: Black & Scholes

La siguiente información es para un call sobre acciones de Grupo Financiero Galicia:

S=1,77

E=1,80

σ=39% (volatilidad histórica)

Fecha de contrato: 28/10/03

Fecha de vencimiento:19/12/03

Tiempo hasta el vto: 37 días hábiles

Tasa de interés: 0,326%

Precio del call: 0,14

ANALISIS DE OPCIONES DE COMPRA

SERIE			EVOLUCION DE LA PRIMA					VALORES TEORICOS s/volatilidad hist. 30 ds.				VALORES IMPLICITOS		
Espec.	Vto	P.Ej.	Ant.	Min.	Max.	Ult.	Difer. (%)	Vol. (%)	Call	Efecto Pica	Pro (%)	Vol. (%)	Efecto Pica	Pro (%)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
GGAL	FEB	2.000	0.160	0.140	0.170	0.148	-7.5	39	0.081	7.641	27	56	5.700	[illegible]
GGAL	DIC	1.100	0.750	0.700	0.760	0.700	-6.7	39	0.676	2.615	100	97	2.351	[illegible]
GGAL	DIC	1.300	0.590	0.490	0.600	0.490	-16.9	39	0.479	3.641	98	59	3.372	[illegible]
GGAL	DIC	1.400	0.435	0.385	0.490	0.400	-8.0	39	0.383	4.403	94	56	3.939	[illegible]
GGAL	DIC	1.500	0.360	0.305	0.368	0.310	-13.9	39	0.294	5.356	88	50	4.790	[illegible]
GGAL	DIC	1.600	0.280	0.240	0.300	0.250	-10.7	39	0.214	6.491	74	56	5.152	[illegible]
GGAL	DIC	1.700	0.220	0.182	0.270	0.187	-15.0	39	[illegible]	7.780	59	54	5.939	[illegible]
GGAL	DIC	1.800	0.145	0.125	0.187	0.140	-3.4	39	0.096	9.187	44	56	6.589	[illegible]
GGAL	DIC	1.900	0.120	0.090	0.155	0.097	-19.2	39	[illegible]	10.66	30	53	7.564	[illegible]
GGAL	DIC	2.000	0.080	0.065	0.100	0.069	-13.7	39	0.035	12.21	20	54	8.272	[illegible]
GGAL	DIC	2.100	0.059	0.045	0.063	0.050	-15.3	39	0.019	13.78	12	56	8.810	[illegible]
PBE	DIC	2.500	0.245	0.231	0.260	0.231	-5.7	22	0.177	11.32	74	38	7.719	[illegible]
PBE	DIC	2.600	0.179	0.168	0.195	0.169	-5.6	22	0.112	14.02	56	36	8.973	[illegible]
PBE	DIC	2.700	0.135	0.122	0.145	0.122	-9.0	22	0.065	17.06	39	36	10.11	[illegible]
PBE	DIC	2.800	0.099	0.091	0.120	0.091	-8.1	22	0.034	20.36	24	38	10.81	[illegible]
PBE	DIC	2.900	0.069	0.068	0.080	0.071	2.9	22	0.016	23.64	13	40	11.12	[illegible]
PBE	DIC	3.000	0.052	0.047	0.065	0.047	-9.6	22	0.007	27.44	6	39	12.44	[illegible]

Precios de cierre al: 27/10 TEM (%): 0.326 FUENTE : NOSIS

El valor teórico es obtenido con Black-Scholes y es de 0,096...

Preguntas y Ejercicios

1. En el cuadro anterior, ¿por qué varía el precio de la opción cuando cambia el precio de ejercicio?
2. ¿Por qué no coincide el "valor teórico" con el precio de mercado"
3. ¿Qué es la volatilidad implícita?
4. Calcule el "valor teórico" de una opción de compra sobre las acciones de Acindar con los siguientes datos

S=6,19
E=6
Rf (mensual)=0,249% (2,984% anual continua)
T=17/252=0,06746
σ=45% anual (volatilidad histórica)

Black & Scholes

La fórmula de Black-Scholes supone que los cambios de precios se producen en forma continua. Podríamos considerar entonces muchos retornos posibles si dividiéramos el tiempo en intervalos cada vez más pequeños.

Si dividimos el tiempo hasta el vencimiento de la opción en infinitos subperíodos de tiempo cada vez más pequeños, puede demostrarse que los resultados que se obtienen con un árbol binomial recombinante convergen al valor obtenido con la fórmula de Black-Scholes

Black-Scholes Formula	**0,396**
5 pasos por año	0,3985
10 pasos por año	0,4008
50 pasos por año	0,3935
10.000 pasos por año	**0,396**

Mostraremos luego esto con mayor detalle!!!

Preguntas y Ejercicios

5. El 21-3-06 la acción de Transener cotiza a S=1,89 y el call con vencimiento en abril (21-4) es C=0,06 para un precio de ejercicio E=1,90 Los otros datos son:
   Rf =4,7% anual
   Tiempo hasta el vencimiento:31 días
   σ=25% anual (40 ruedas)

Usted debe:

a) Calcular el valor del call por Black-Scholes
b) Calcular la volatilidad implícita en el precio del call
c) El valor de delta al 21-3-06
d) Al día siguiente 22-3-06 la acción y el call cotizan a S=1,87 y C=0,059 respectivamente. ¿Por qué cambian delta y el valor teórico?